HAL R. VARIAN

Microeconomia

Princípios Básicos

Uma Abordagem Moderna

Tradução da 7ª edição

TRADUÇÃO
Maria José Cyhlar Monteiro e Ricardo Doninelli

REVISÃO TÉCNICA
Lia Hasenclever
Professora e Pesquisadora do Grupo de Economia da Inovação
do Instituto de Economia da UFRJ

ELSEVIER

4ª Tiragem

CAMPUS

CAPÍTULO 9

COMPRANDO E VENDENDO

No modelo simples do consumidor que examinamos nos capítulos anteriores, a renda do consumidor era dada. Na verdade, as pessoas ganham sua renda ao venderem coisas que possuem: objetos que produziram, ativos que acumularam ou, mais freqüentemente, o próprio trabalho. Neste capítulo, examinaremos como o modelo anterior deve ser modificado para descrever esse tipo de comportamento.

9.1 Demandas Líquidas e Brutas

Como antes, limitar-nos-emos ao modelo de dois bens. Suporemos agora que o consumidor inicia com uma **dotação** dos dois bens, que representaremos por (ω_1, ω_2)[1]. Isso representa quanto o consumidor possui dos dois bens *antes* de ingressar no mercado. Imagine um fazendeiro que entra no mercado com ω_1 unidades de cenoura e ω_2 unidades de batata. O fazendeiro pesquisa os preços do mercado e então decide quanto quer comprar e vender dos dois bens.

Façamos agora uma distinção entre a **demanda bruta** do consumidor e sua **demanda líquida**. A demanda bruta de um bem é a quantidade que o consumidor realmente acaba por consumir: a quantidade de cada bem que ele leva do mercado para casa. Já a demanda líquida de um bem é a *diferença* entre o que o consumidor acaba levando (a demanda bruta) e a dotação inicial de bens. A demanda líquida é simplesmente a quantidade comprada ou vendida do bem.

[1] Letra grega "ômega".

Se representarmos as demandas brutas dos bens por (x_1, x_2), então $(x_1 - \omega_1, x_2 - \omega_2)$ serão as demandas líquidas. Observe que enquanto as demandas brutas são em geral números positivos, as demandas líquidas podem ser negativas ou positivas. Se a demanda líquida do bem 1 for negativa, isso significa que o consumidor quer consumir menos do que tem; ou seja, quer *ofertar* o bem 1 no mercado. A demanda líquida negativa é apenas uma quantidade ofertada.

Para a análise econômica, as demandas brutas são as mais importantes, uma vez que é nelas que o consumidor está interessado. Mas são as demandas líquidas que realmente são exibidas no mercado e, portanto, estão mais perto daquilo que os leigos entendem por demanda ou oferta.

9.2 A Restrição Orçamentária

A primeira coisa a fazer é examinar a forma da restrição orçamentária. O que restringe o consumo final do consumidor? O valor da cesta de bens que ele leva para casa tem de ser igual ao valor da cesta que levou para o mercado. Ou, algebricamente:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = p_1\omega_1 + p_2\omega_2.$$

Podemos também expressar essa reta orçamentária em termos de demandas líquidas como

$$p_1(x_1 - \omega_1) + p_2 (x_2 - \omega_2) = 0.$$

Se $(x_1 - \omega_1)$ for positivo, dizemos que o consumidor é um **comprador líquido** ou **demandante líquido** do bem 1; se for negativo, dizemos que o consumidor é um **vendedor líquido** ou **ofertante líquido**. Assim, a equação anterior diz que o valor das coisas que o consumidor compra tem de ser igual ao valor do que ele vende, o que parece fazer sentido.

Poderíamos também expressar a reta orçamentária quando a dotação está presente de maneira semelhante ao modelo descrito anteriormente. Agora serão necessárias duas equações:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

$$m = p_1\,\omega_1 + p_2\,\omega_2.$$

Uma vez que os preços sejam fixados, o valor da dotação e, portanto, da renda monetária do consumidor é fixado.

Qual será a aparência gráfica da reta orçamentária? Quando fixamos os preços, a renda monetária é fixada, e a equação orçamentária ficará exatamente igual àquela que tínhamos antes. Portanto, a inclinação tem de ser dada por $-p_1/p_2$, exatamente como antes, de modo que o único problema consiste em determinar a posição da reta.

A posição da reta pode ser determinada pela seguinte observação simples: a cesta da dotação está sempre na reta orçamentária. Ou seja, um valor de (x_1, x_2) que satisfaz a reta orçamentária é $x_1 = \omega_1$ e $x_2 = \omega_2$. A dotação está sempre acessível, uma vez que a quantidade que o consumidor possui para gastar é justamente o valor de sua dotação.

A junção desses fatos mostra que a reta orçamentária tem uma inclinação de $-p_1/p_2$ e passa pelo ponto da dotação. Isso é ilustrado na Figura 9.1.

Dada essa restrição orçamentária, o consumidor pode escolher a cesta de consumo ótima exatamente como antes. Na Figura 9.1, mostramos o exemplo de uma cesta de consumo ótima (x_1^*, x_2^*). Exatamente como antes, ela satisfaz a condição de otimização segundo a qual a taxa marginal de substituição é igual à razão dos preços.

Nesse caso particular, $x_1^* > \omega_1$ e $x_2^* < \omega_2$, de modo que o consumidor é um comprador líquido do bem 1 e um vendedor líquido do bem 2. As demandas líquidas são apenas as quantidades líquidas que o consumidor compra e vende desses dois bens. Em geral, o consumidor pode decidir ser comprador ou vendedor, dependendo dos preços relativos dos dois bens.

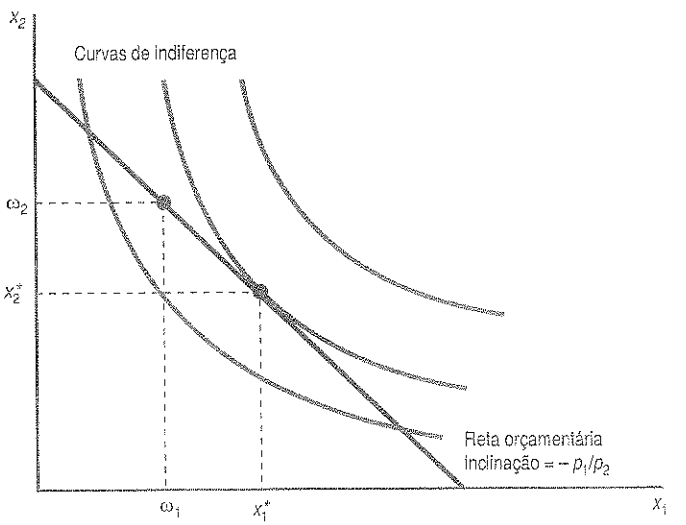

FIGURA 9.1 *A reta orçamentária. A reta orçamentária passa pela dotação e possui uma inclinação* $-p_1/p_2$.

9.3 Mudança na Dotação

Ao analisarmos a escolha, examinamos como o consumo ótimo se alterava à medida que a renda monetária variava e os preços permaneciam fixos. Podemos fazer uma análise semelhante ao indagarmos como o consumo ótimo varia à medida que a *dotação* muda enquanto os preços permanecem fixos.

Por exemplo, suponhamos que a dotação varie de (ω_1, ω_2) para algum outro valor (ω'_1, ω'_2), de modo que

$$p_1\omega_1 + p_2\omega_2 > p_1\omega'_1 + p_2\omega'_2.$$

Essa desigualdade significa que a nova dotação (ω'_1, ω'_2) vale menos do que a dotação antiga – a renda monetária que o consumidor poderia conseguir ao vender sua dotação é menor agora.

Isso é ilustrado graficamente na Figura 9.2A: a reta orçamentária desloca-se para dentro. Como isso corresponde exatamente a uma diminuição da renda monetária, podemos chegar às mesmas duas conclusões a que chegamos em nossa análise daquele caso. Primeiro, com a dotação (ω'_1, ω'_2), o consumidor encontra-se definitivamente em pior situação do que estava com a antiga dotação, uma vez que suas possibilidades de consumo foram reduzidas. Segundo, sua demanda de consumo por cada bem variará conforme seja o bem normal ou inferior.

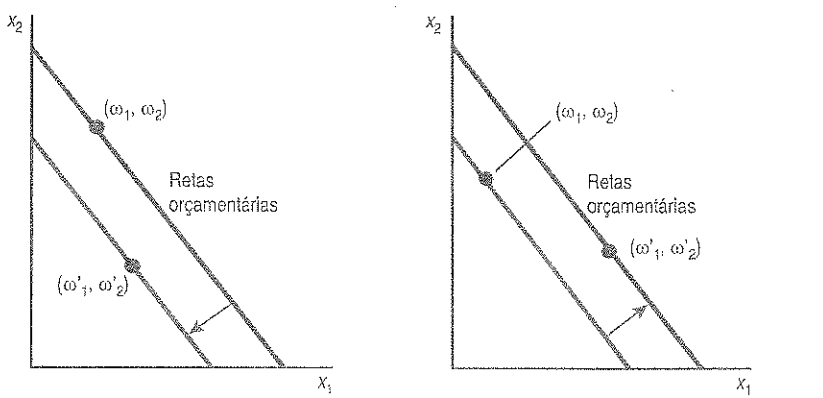

FIGURA 9.2 ***Variações no valor da dotação.*** *No caso A, o valor da dotação diminui; e no caso B, aumenta.*

Por exemplo, se o bem 1 for um bem normal e a dotação do consumidor variar de modo a reduzir seu valor, podemos concluir que a demanda do consumidor pelo bem 1 diminuirá.

A Figura 9.2B ilustra o caso em que o valor da dotação aumenta. Ao seguirmos o argumento anterior, concluímos que se a reta orçamentária deslocar-se para fora de maneira paralela, o consumidor tem de melhorar. Algebricamente, se a dotação variar de (ω_1, ω_2) para (ω'_1, ω'_2) e $p_1\omega_1 + p_2\omega_2 < p_1\omega'_1 + p_2\omega'_2$, o novo conjunto orçamentário do consumidor tem de conter seu conjunto orçamentário anterior. Isso, por sua vez, implica que a escolha ótima do consumidor com seu novo conjunto orçamentário tem de ser preferida à escolha ótima correspondente à dotação anterior.

Vale a pena ponderar um pouco sobre esse aspecto. No Capítulo 7, argumentamos que o simples fato de uma cesta de consumo custar mais do que outra não significa que a primeira seja preferida à segunda. Mas isso só vale para uma cesta que tenha de ser *consumida*. Se o consumidor puder vender uma cesta de bens num mercado livre a preços constantes, ele preferirá sempre a cesta de maior valor a uma cesta de menor valor, simplesmente porque a cesta de maior valor lhe dará mais renda e, portanto, maiores possibilidades de consumo. Assim, uma *dotação* de maior valor será sempre preferida a uma de menor valor. Essa observação simples terá algumas implicações importantes mais tarde.

Há ainda um outro caso a considerar: o que acontece se $p_1\omega_1 + p_2\omega_2 = p_1\omega'_1 + p_2\omega'_2$? Nesse caso, a reta orçamentária não sofre nenhuma alteração: o consumidor estará tão bem com (ω_1, ω_2) quanto com (ω'_1, ω'_2), e sua escolha ótima terá de ser exatamente a mesma. A dotação apenas se moveu ao longo da reta orçamentária original.

9.4 Variações de Preços

Anteriormente, ao examinar como a demanda variava quando os preços se alteravam, desenvolvemos nossa pesquisa sob a hipótese de que a renda monetária permanecia constante. Agora, quando a renda monetária é determinada pelo valor da dotação, essa hipótese não é mais razoável: se o valor de um bem que você vende muda, sua renda monetária certamente mudará. Assim, no caso em que o consumidor tenha uma dotação, as variações de preços implicarão automaticamente variações de renda.

Pensemos nisso primeiro em termos geométricos. Sabemos que, se o preço do bem 1 diminuir, a reta orçamentária tornar-se-á mais plana. Como a cesta da dotação pode sempre ser adquirida, isso significa que a reta orçamentária tem de girar em volta da dotação, conforme ilustra a Figura 9.3.

Nesse caso, o consumidor começa como vendedor do bem 1 e assim permanece até mesmo após a *diminuição* do preço. O que acontece com o nível de bem-estar desse consumidor? No caso apresentado, o consumidor

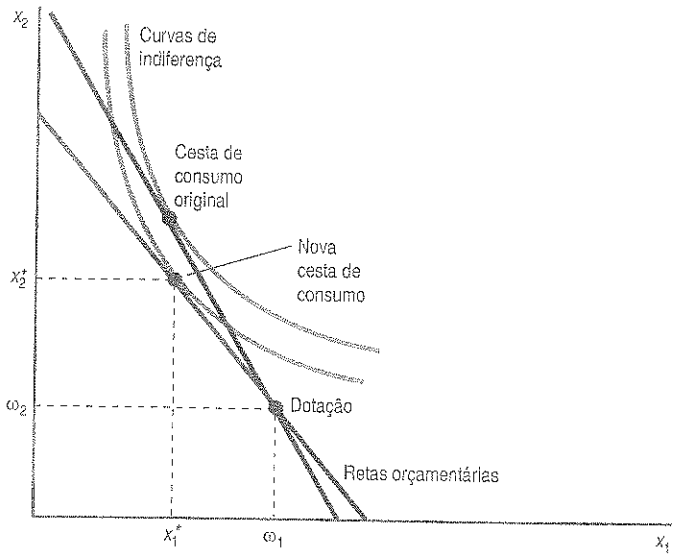

FIGURA 9.3 ***Diminuição do preço do bem 1.*** *A diminuição do preço do bem 1 faz com que a reta orçamentária gire em torno da dotação. Se o consumidor continuar como ofertante, ficará em situação pior do que antes.*

encontrar-se-á, após a variação de preço, numa curva de indiferença mais baixa do que antes, mas será isso verdadeiro, de modo geral? A resposta pode ser obtida pela aplicação do princípio da preferência revelada.

Se o consumidor continuar como ofertante, sua nova cesta de consumo terá de estar na parte reticulada da nova reta orçamentária. Mas essa parte da nova reta orçamentária encontra-se dentro do conjunto orçamentário original: todas essas escolhas estavam disponíveis para o consumidor antes da variação do preço. Portanto, pelo princípio da preferência revelada, todas essas escolhas são piores do que a cesta de consumo original. Podemos então concluir que se diminuir o preço de um bem que o consumidor vende e assim mesmo ele decidir permanecer como vendedor, seu bem-estar diminuirá.

O que aconteceria se diminuísse o preço de um bem que o consumidor vende e ele decidisse passar a ser comprador desse bem? Nesse caso, o consumidor poderia melhorar ou piorar de situação – não há como prever.

Vejamos agora a situação em que o consumidor é comprador líquido de um bem. Nesse caso, tudo se inverte: se o consumidor for comprador líquido de um bem, o preço desse bem *aumentar* e o consumidor decidir de maneira ótima continuar como comprador, a situação dele com certeza irá piorar. No entanto, se o aumento do preço levá-lo a tornar-se vendedor, sua situação poderá tanto melhorar quanto piorar. Essas afirmações decorrem da simples aplicação da preferência revelada, exatamente como os casos descritos anteriormente, mas é um bom exercício para o estudante traçar um gráfico, só para ter certeza de que entendeu como isso funciona.

A preferência revelada também nos permite abordar alguns pontos interessantes sobre a decisão de permanecer como comprador ou tornar-se vendedor quando os preços variam. Suponhamos que, como na Figura 9.4, o consumidor seja comprador líquido do bem 1; o que aconteceria se o preço desse bem *diminuísse*? A reta orçamentária ficaria mais plana, como na Figura 9.4.

Como de costume, não sabemos se o consumidor comprará mais ou menos do bem 1 – isso depende de seus gostos. No entanto, de uma coisa podemos estar certos: *o consumidor continuará como um comprador líquido do bem 1 – ele não passará a ser um vendedor.*

Como sabemos disso? Bem, imagine o que aconteceria se o consumidor se tornasse um vendedor. Nesse caso, ele consumiria em algum ponto da parte reticulada da nova reta orçamentária da Figura 9.4. No entanto, essas cestas de consumo lhe eram factíveis quando ele se defrontava com a reta orçamentária original, mas ele as rejeitou em favor de (x_1^*, x_2^*). Assim, (x_1^*, x_2^*) deve ser melhor do que qualquer um daqueles pontos. E, sob a nova reta orçamentária, (x_1^*, x_2^*) é uma cesta de consumo factível. Por conseguinte, qualquer coisa que ele consumir sob a nova reta orçamentária deve ser melhor do que (x_1^*, x_2^*) e, por isso, melhor do que qualquer um dos

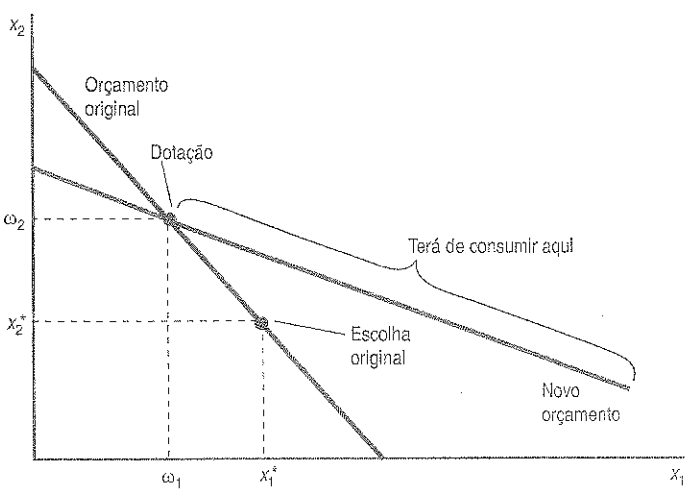

FIGURA 9.4 ***A diminuição do preço do bem 1.*** *Se alguém for comprador e o preço do que compra diminuir, esse alguém continuará a comprar.*

pontos sobre a parte reticulada da nova reta orçamentária. Isso implica que seu consumo de x_1 deve estar à direita de seu ponto de dotação – ou seja, o consumidor tem de continuar como demandante líquido do bem 1.

Mais uma vez, esse tipo de observação aplica-se igualmente bem ao vendedor líquido de um bem: se o preço do que ele vende aumentar, ele não passará a ser um comprador líquido desse bem. Não podemos ter certeza se o consumidor consumirá mais ou menos do bem que vende – mas sabemos, sim, que se o preço aumentar ele continuará a vender.

9.5 Curvas de Preço-Consumo e de Demanda

Lembre-se do Capítulo 6 de que as curvas de preço-consumo descrevem as combinações de ambos os bens que podem ser demandados pelo consumidor, enquanto que as curvas de demanda descrevem a relação entre o preço e a quantidade demandada de um bem. Essas mesmas elaborações funcionam quando o consumidor tem uma dotação de ambos os bens.

Examinemos, por exemplo, a Figura 9.5, que ilustra as curvas de preço-consumo e de demanda de um consumidor. A curva de preço-consumo passará sempre pela dotação porque, a algum preço, a dotação será uma cesta demandada; ou seja, a alguns preços, o consumidor escolherá, de maneira ótima, não fazer nenhuma troca.

Como já vimos, o consumidor pode decidir ser comprador do bem 1 a alguns preços e ser vendedor do mesmo bem a outros preços. Assim, a curva preço-consumo geralmente passará à esquerda e à direita do ponto de dotação.

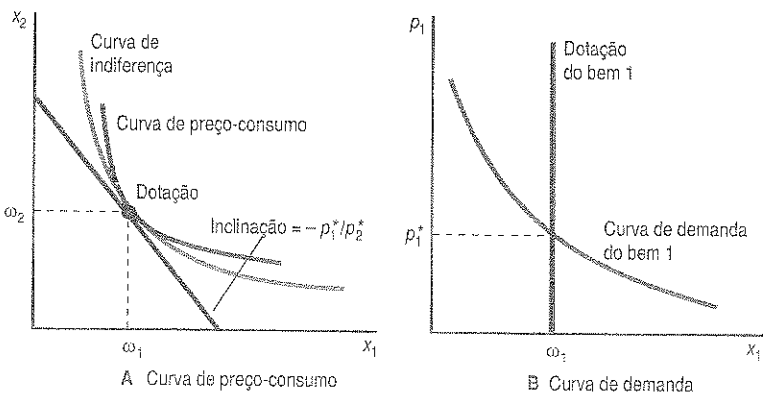

FIGURA 9.5 ***As curvas de preço-consumo e de demanda.*** *Vemos aqui duas formas de representar a relação entre a cesta demandada e os preços quando existe uma dotação.*

A curva de demanda ilustrada na Figura 9.5B é a curva de demanda bruta – ela mede a quantidade total que o consumidor escolhe consumir do bem 1. A Figura 9.6 ilustra a curva de demanda líquida.

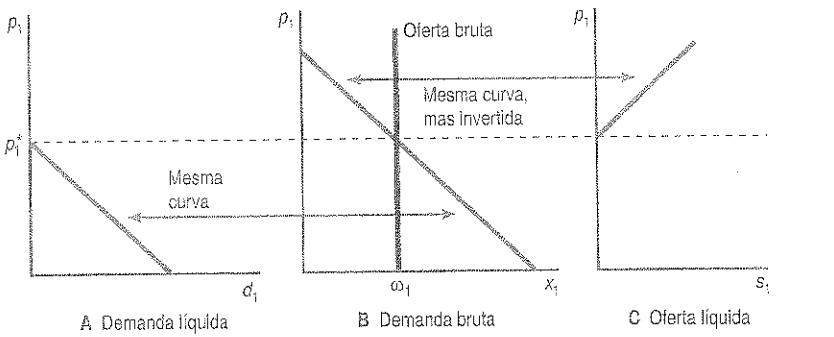

FIGURA 9.6 ***Demanda bruta, demanda líquida e oferta líquida.*** O uso da demanda bruta e da demanda líquida para representar o comportamento da demanda e da oferta.

Observe que a demanda líquida pelo bem 1 será normalmente negativa para alguns preços. Isso acontecerá quando o preço do bem 1 for tão alto que o consumidor escolherá ser vendedor do bem 1. Em algum preço, o consumidor deixará de ser um demandante líquido para ser um ofertante líquido do bem 1.

Costuma-se traçar a curva de oferta no quadrante positivo, embora faça mais sentido pensar na oferta como uma demanda negativa. Em reverência à tradição, traçaremos a curva de oferta líquida da maneira usual – como uma quantia positiva, como na Figura 9.6.

Algebricamente, a demanda líquida do bem 1, $d_1(p_1, p_2)$, é a diferença entre a demanda bruta, $x_1(p_1, p_2)$, e a dotação do bem 1, quando essa diferença for positiva; isto é, quando o consumidor quiser mais desse bem do que possui:

$$d_1(p_1, p_2) = \begin{cases} x_1(p_1, p_2) - \omega_1 & \text{se for positivo;} \\ 0 & \text{se não for.} \end{cases}$$

A curva de oferta líquida é a diferença entre a quantidade do bem 1 que o consumidor possui e a quantidade que gostaria de ter, quando *essa* diferença for positiva:

$$s_1(p_1, p_2) = \begin{cases} \omega_1 - x_1(p_1, p_2) & \text{se for positivo;} \\ 0 & \text{se não for.} \end{cases}$$

Tudo o que dissemos sobre as propriedades do comportamento da demanda aplica-se diretamente ao comportamento da oferta do consumidor – porque a oferta é apenas uma demanda negativa. Se a curva de demanda *bruta* tiver sempre uma inclinação negativa, a inclinação da curva de demanda líquida será negativa e a da curva de oferta será positiva. Pense nisso: se o aumento do preço torna a demanda líquida mais negativa, então a oferta líquida tornar-se-á mais positiva.

9.6 A Equação de Slutsky Revisitada

Embora sejam úteis, as aplicações da preferência revelada que apresentamos acima na verdade não respondem à questão principal: como a demanda de um bem responde a uma variação em seu preço? Vimos no Capítulo 8 que se a renda monetária for mantida constante e se o bem for um bem normal, a redução no preço deverá provocar o aumento da demanda.

A essência está na frase "se a renda monetária for mantida constante". O caso que examinamos aqui envolve necessariamente a variação da renda monetária, uma vez que o valor da dotação terá de variar quando houver alguma alteração de preço.

No Capítulo 8, descrevemos a equação de Slutsky que decompunha a variação na demanda devido a uma variação de preço em um efeito substituição e em um efeito renda. O efeito renda era conseqüência da variação do poder aquisitivo que ocorre quando os preços variam. Agora, porém, o poder aquisitivo tem duas razões para variar quando o preço muda. A primeira é aquela ligada à definição da equação de Slutsky: quando um preço cai, por exemplo, você pode comprar exatamente a mesma quantidade que comprava anteriormente de um bem e ainda ficar com dinheiro de sobra. Chamaremos isso de **efeito renda comum**. O segundo efeito, porém, é novo. Quando o preço de um bem varia, isso altera o valor da dotação do consumidor e, portanto, sua renda monetária. Por exemplo, se você for ofertante líquido de um bem, a queda no preço desse bem reduzirá sua renda monetária de forma direta, uma vez que você não poderá vender sua dotação pela mesma quantidade de dinheiro. Nesse caso, teremos os mesmos efeitos anteriores acrescidos de um efeito renda adicional devido à influência dos preços sobre o valor da cesta-dotação. Chamaremos isso **efeito renda-dotação**.

Na forma anterior da equação de Slutsky, a quantidade de renda monetária que você possuía era fixa. Agora, temos de nos preocupar com o modo como sua renda monetária varia à medida que muda o valor de sua dotação. Assim, ao calcularmos o efeito de uma variação de preço sobre a demanda, a equação de Slutsky terá a forma:

CAPÍTULO 31

TROCAS

Até agora estudamos o mercado de um único bem isolado. Vimos as funções demanda e oferta de um bem como se dependesse apenas de seu preço, desconsiderando o preço dos demais bens. Mas em geral os preços dos demais bens irão afetar as demandas e as ofertas das pessoas por um bem particular. Certamente os preços dos substitutos e complementares de um bem afetarão sua demanda e, de maneira mais sutil, os preços dos bens que as pessoas vendem afetarão a quantidade de renda de que elas dispõem e, portanto, influenciarão a quantidade de outros bens que elas poderão comprar.

Até agora temos ignorado o efeito desses outros preços no equilíbrio de mercado. Quando discutimos as condições de equilíbrio num mercado particular, observamos apenas parte do problema: como a demanda e a oferta eram afetadas pelo preço de determinado bem que examinávamos. Isso é chamado análise de **equilíbrio parcial**.

Neste capítulo iniciaremos nosso estudo da análise de **equilíbrio geral**: como as condições de oferta e demanda interagem em vários mercados para determinar os preços de muitos bens. Como podemos suspeitar, é um problema complexo, e teremos de adotar diversas simplificações para lidar com ele.

Primeiro, limitaremos nossa análise ao comportamento dos mercados competitivos, de modo que tanto consumidores como produtores considerarão os preços como dados e otimizarão com base nisso. O estudo do equilíbrio geral com competição imperfeita é muito interessante, mas difícil demais para examinarmos agora.

Segundo, adotaremos nossa hipótese simplificadora usual de observar o menor número possível de consumidores e bens. Nesse caso, vários fenômenos interessantes podem ser representados, utilizando-se apenas dois

bens e dois consumidores. Todos os aspectos da análise de equilíbrio geral que discutiremos podem ser generalizados para um número arbitrário de consumidores e bens, mas a exposição torna-se mais simples com apenas dois deles.

Terceiro, analisaremos o problema de equilíbrio geral em dois estágios. Iniciaremos com uma economia onde as pessoas têm dotações de bens fixas, e examinaremos como trocam esses bens entre si; não falaremos em produção. Esse caso é conhecido como *trocas puras*. Uma vez que tenhamos um entendimento claro do mercado de trocas puras, examinaremos o comportamento da produção no modelo de equilíbrio geral.

31.1 A Caixa de Edgeworth

Há uma ferramenta gráfica conveniente conhecida como **caixa de Edgeworth** que pode ser utilizada para analisar a troca de dois bens entre duas pessoas.[1] A caixa de Edgeworth permite representar as dotações e preferências de duas pessoas num único e conveniente diagrama, o que pode ser utilizado para analisar vários resultados do processo de trocas. Para entender a construção de uma caixa de Edgeworth é preciso examinar as curvas de indiferença e as dotações das pessoas envolvidas.

Chamemos essas duas pessoas de A e B, e os dois bens de 1 e 2. Representaremos a cesta de consumo de A por $X_A = (x_A^1, x_A^2)$, onde x_A^1 representa o consumo do bem 1 pela pessoa A e x_A^2 representa o consumo do bem 2 pela pessoa A. Assim, a cesta de consumo de B é representada por $X_B = (x_B^1, x_B^2)$. Um *par* de cestas de consumo, X_A e X_B, é chamado **alocação**. Uma alocação será uma **alocação factível** se a quantidade total de cada bem consumido for igual ao total disponível:

$$x_A^1 + x_B^1 = w_A^1 + w_B^1$$

$$x_A^2 + x_B^2 = w_A^2 + w_B^2.$$

Um tipo interessante de alocação factível é a **alocação da dotação inicial**, (ω_A^1, ω_A^2) e (ω_B^1, ω_B^2). Essa é a alocação com a qual os consumidores começam. Ela consiste na quantidade de cada bem que os consumidores trazem ao mercado. Eles trocarão entre si alguns desses bens para chegar a uma **alocação final**.

A caixa de Edgeworth mostrada na Figura 31.1 pode ser utilizada para ilustrar esses conceitos de modo gráfico. Utilizamos primeiro um diagrama-padrão da teoria do consumidor para ilustrar a dotação e as preferências do consumidor A. Podemos também marcar nesses eixos a quantidade *total* de cada bem na economia – a quantidade que A tem, mais a quantidade que B tem de cada bem. Como só estaremos interessados nas alocações factíveis de bens entre os dois consumidores, podemos desenhar uma caixa que contenha o conjunto de cestas possíveis dos dois bens que A pode ter.

[1] A caixa de Edgworth é assim denominada em homenagem a Francis Ysidro Edgeworth (1845-1926), economista inglês que foi um dos primeiros a utilizar essa ferramenta analítica.

Observe que as cestas nessas caixas também indicam a quantidade dos dois bens que B pode ter. Se houver 10 unidades do bem 1 e 20 unidades do bem 2, então se A tiver (7,12), B terá de ter (3,8). Podemos representar o quanto A tem do bem 1 pela distância ao longo de seu eixo horizontal a partir da origem no canto inferior, à esquerda da caixa, e a quantidade que B tem do bem 1 pela medição da distância ao longo do eixo horizontal a partir do canto superior, à direita. Do mesmo modo, as distâncias ao longo dos eixos verticais fornecem as quantidades do bem 2 que A e B possuem. Portanto, os pontos nessa caixa nos dão tanto as cestas que A pode ter quanto as que B pode ter – medidas a partir de origens diferentes. Os pontos da caixa de Edgeworth podem representar todas as alocações factíveis nessa economia simples.

Podemos representar as curvas de indiferença de A da forma usual, mas as curvas de indiferença de B assumem uma forma um pouco diferen-

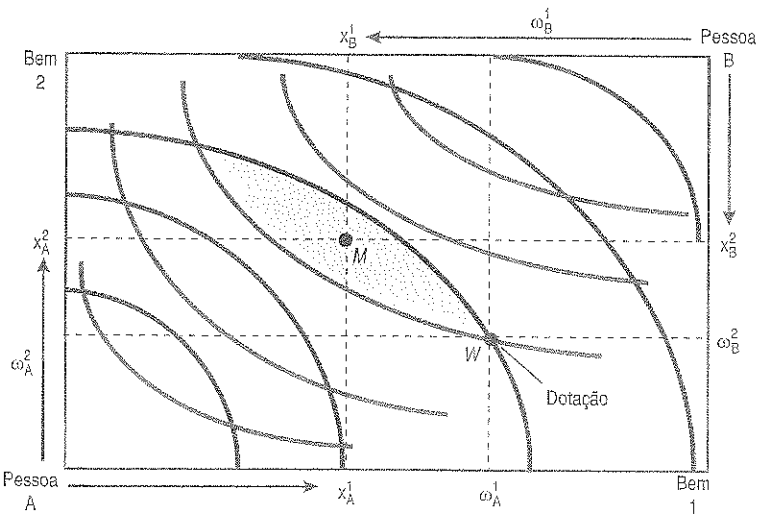

FIGURA 31.1 ***Uma caixa de Edgeworth.*** *A largura da caixa mede a quantidade total do bem 1 na economia, e a altura mede a quantidade total do bem 2. As escolhas de consumo da pessoa A são medidas a partir do canto de baixo à esquerda, enquanto as escolhas da pessoa B são medidas a partir do canto de cima à direita.*

te. Para elaborá-las pegamos um diagrama-padrão das curvas de indiferença de B, viramo-lo de cabeça para baixo e o sobrepomos na caixa de Edgeworth. Isso nos fornece as curvas de indiferença de B no diagrama. Se iniciarmos na origem A no canto inferior à esquerda e nos movermos para cima e para a direita, nos moveremos para alocações preferidas por A. À medida que nos movermos para baixo e para a esquerda, estaremos nos movendo para alocações preferidas por B. (Se você virar seu livro de cabeça para baixo e olhar o diagrama, essa análise pode parecer mais clara.)

A caixa de Edgeworth nos permite representar as cestas de consumo possíveis dos dois consumidores – as alocações factíveis – e as preferências de ambos. Ela fornece, portanto, uma descrição completa das características econômicas relevantes dos dois consumidores.

31.2 As Trocas

Agora que temos a representação tanto das preferências quanto das dotações dos bens, podemos iniciar a análise de como ocorrem as trocas. Comecemos pela dotação original de bens, representada pelo ponto W na Figura 31.1. Observemos as curvas de indiferença de A e de B que passam por essa alocação. A região em que A está melhor do que em sua dotação inicial consiste em todas as cestas acima de sua curva de indiferença que passam por W. A região onde B está melhor do que em sua dotação inicial, consiste em todas as alocações acima – do ponto de vista de B – de *sua* curva de indiferença que passa por W. (Do *nosso* ponto de vista, isso se situa *abaixo* da curva de indiferença dele... a menos que você tenha virado seu livro de cabeça para baixo.)

Onde está a região da caixa onde tanto A quanto B *estão* melhores? Claramente, é a interseção dessas duas regiões. Essa é a região com o formato de lente ilustrada na Figura 31.1. Presumivelmente, no decorrer das negociações as duas pessoas envolvidas chegarão a uma troca vantajosa – uma troca que as moverá para um ponto dentro da área em formato de lente, como o ponto M na Figura 31.1.

O movimento particular para M mostrado na Figura 31.1 implica que a pessoa A abra mão de $|x_A^1 - \omega_A^1|$ unidades do bem 1 e adquira em troca $|x_A^2 - \omega_A^2|$ unidades do bem 2. Isso significa que B adquire $|x_B^1 - \omega_B^1|$ unidades do bem 1 e abre mão de $|x_B^2 - \omega_B^2|$ unidades do bem 2.

Não existe nada de particularmente especial sobre a alocação M. Qualquer alocação na região com forma de lente seria possível – toda alocação de bens nessa região é uma alocação que faz com que cada consumidor esteja melhor do que na dotação inicial. Necessitamos apenas supor que os consumidores efetuem trocas e alcancem *algum* ponto dessa região.

Podemos agora repetir essa análise no ponto M. Podemos traçar as duas curvas de indiferença que passam por M, construir uma nova "região de vantagem mútua" em forma de lente e imaginar as duas pessoas a se moverem para um novo ponto N nessa região. E assim por diante... o intercâmbio continuará até que nenhuma das partes tenha mais uma troca preferida. Que aparência terá essa posição?

31.3 Alocações Eficientes no sentido de Pareto

A resposta é dada na Figura 31.2. No ponto M desse diagrama o conjunto de pontos acima da curva de indiferença de A não intercepta o conjunto de pontos acima da curva de indiferença de B. A região onde A está melhor é separada da região onde B está melhor. Isso significa que qualquer movimento que melhora uma das partes necessariamente piora a outra. Portanto, não há trocas que melhorem ambos nessa alocação.

Uma alocação como essa é conhecida como uma alocação **eficiente no sentido de Pareto**. O conceito de eficiência de Pareto é muito importante na teoria econômica e assume diversos aspectos.

Uma alocação eficiente no sentido de Pareto pode ser descrita como uma alocação em que:

1. Não há como fazer com que todas as pessoas envolvidas melhorem; ou

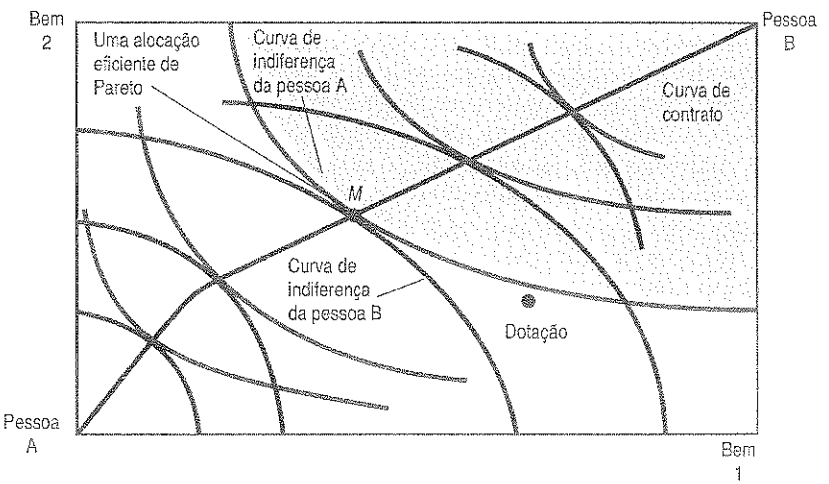

FIGURA 31.2 *Alocação eficiente de Pareto. Numa alocação eficiente de Pareto, como M, cada pessoa situa-se em sua curva de indiferença mais alta possível, dada a curva de indiferença da outra pessoa. A linha que liga esses pontos é conhecida como curva de contrato.*

2. Não há como fazer com que uma pessoa melhore sem piorar outra; ou

3. Todos os ganhos com as trocas se exauriram; ou

4. Não há trocas mutuamente vantajosas para serem efetuadas, e assim por diante.

De fato, já mencionamos o conceito de eficiência de Pareto várias vezes no contexto de um mercado único: referimo-nos ao nível de produção eficiente no sentido de Pareto num único mercado como sendo a quantidade de produção em que a propensão marginal a comprar se iguala à propensão marginal a vender. Em qualquer nível de produção onde esses dois números fossem diferentes haveria uma forma de fazer com que ambos os lados do mercado melhorassem pela realização de uma troca. Neste capítulo examinaremos mais a fundo a idéia da eficiência de Pareto com o envolvimento de vários bens e vários participantes.

Observe a seguinte geometria simples das alocações eficientes no sentido de Pareto: as curvas de indiferença dos dois agentes têm de ser tangentes em qualquer alocação eficiente no sentido de Pareto no interior da caixa. É fácil entender por quê. Se as duas curvas de indiferença não são tangentes numa alocação no interior da caixa, então elas têm de se cruzar. Mas se elas se cruzarem, terá de haver alguma troca mutuamente vantajosa – de modo que aquele ponto não pode ser eficiente no sentido de Pareto. (É possível ter alocações eficientes no sentido de Pareto nos lados da caixa – onde um dos consumidores consome zero de algum bem – nos quais as curvas de indiferença não se tangenciam. Esses casos de fronteira não são importantes para a discussão atual.)

A partir da condição de tangência é fácil verificar que há muitas alocações eficiente no sentido de Pareto na caixa de Edgeworth. De fato, para qualquer curva de indiferença da pessoa A, por exemplo, há um caminho fácil para encontrarmos uma alocação eficiente no sentido de Pareto. Basta que nos movamos ao longo da curva de indiferença de A até encontrarmos o ponto melhor para B. Esse será um ponto eficiente no sentido de Pareto e, portanto, ambas as curvas de indiferença têm de ser tangentes neste ponto.

O conjunto de *todos* os pontos eficiente no sentido de Pareto na caixa de Edgeworth é conhecido como **conjunto de Pareto** ou **curva de contrato**. O último nome origina-se da idéia que todos os "contratos finais" de troca têm de se localizar no conjunto de Pareto – senão eles não seriam finais, porque se poderia realizar algum melhoramento!

Num caso típico, a curva de contrato alongar-se-á através da caixa de Edgeworth da origem de A até a origem de B, como mostra a Figura 31.2. Se partirmos da origem de A, A não terá nenhum dos dois bem, e B terá todos. Isso é eficiente no sentido de Pareto, uma vez que o único modo de melhorar A é tirar algo de B. À medida que nos movermos para cima na curva de contrato, A ficará cada vez melhor, até finalmente alcançarmos a origem de B.

O conjunto de Pareto descreve todos os resultados possíveis de trocas mutuamente vantajosas com início em qualquer ponto da caixa. Se tivermos um ponto de partida – as dotações iniciais de cada consumidor –, poderemos ver o subconjunto do conjunto de Pareto que cada consumidor prefere em relação à sua dotação inicial. Isso nada mais é do que o subconjunto do conjunto de Pareto que se localiza na região em forma de lente representada na Figura 31.1. As alocações nessa região constituem os resultados possíveis das trocas mútuas iniciadas a partir da dotação inicial representada no diagrama. Mas o conjunto de Pareto não depende da dotação inicial, exceto na medida em que a dotação determina as quantidades totais disponíveis de ambos os bens e, portanto, determina as dimensões da caixa.

31.4 As Trocas de Mercado

O equilíbrio do processo de troca descrito anteriormente – o conjunto de alocações eficientes no sentido de Pareto – é muito importante, mas deixa ainda muita ambigüidade sobre onde os agentes terminam. A razão é que o processo de trocas que descrevemos é muito geral. Em essência, apenas pressupomos que as duas partes se moverão para *alguma* alocação onde ambas estarão melhores.

Se examinarmos um processo de troca *específico*, obteremos uma descrição mais precisa do equilíbrio. Tentemos descrever um processo de troca que imita o resultado de um processo competitivo.

Suponhamos que tenhamos uma terceira parte disposta a agir como "leiloeiro" para os dois agentes A e B. O leiloeiro escolhe um preço para o bem 1 e um preço para o bem 2 e apresenta esses preços aos agentes A e B. Cada agente calcula, então, quanto vale sua dotação aos preços (p_1, p_2) e decide quanto de cada bem deseja comprar a esses preços.

Cabe aqui uma advertência. Se realmente houver apenas duas pessoas envolvidas na transação, não fará muito sentido para elas comportarem-se de maneira competitiva. Ao contrário, elas provavelmente tentariam negociar os termos de troca. Um modo de contornar essa dificuldade é imaginar a caixa de Edgeworth como a representação das demandas médias de uma economia com apenas dois *tipos* de consumidores, mas com vários consumidores de cada tipo. Outra forma de lidar com isso é assinalar que o comportamento é implausível no caso de duas pessoas, mas faz perfeito sentido no caso de várias pessoas, que é o que realmente nos interessa.

De qualquer modo, sabemos como analisar o problema da escolha do consumidor nesse modelo – é justamente o problema da escolha do consumidor-padrão que descrevemos no Capítulo 5. Na Figura 31.3 ilustramos as duas cestas demandadas pelos dois agentes. (Observe que a situação representada na Figura 31.3 não é uma configuração de equilíbrio, uma vez que a demanda do agente 1 não é igual à oferta do outro agente.)

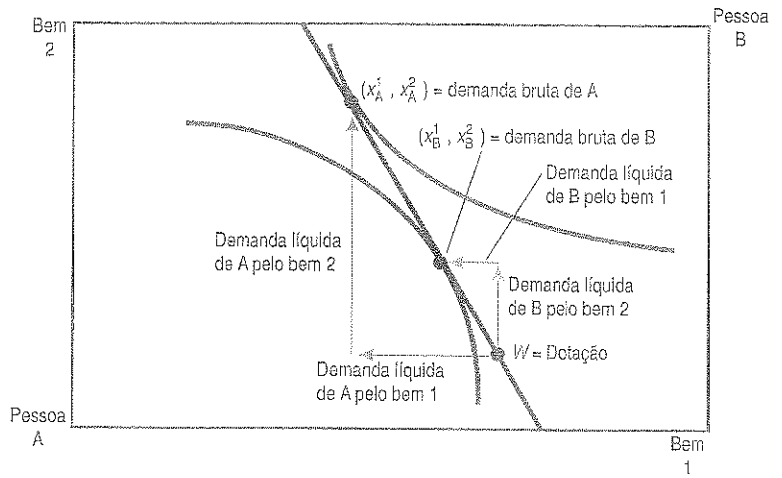

FIGURA 31.3 ***Demandas brutas e demandas líquidas.*** *As demandas brutas são as quantidades que as pessoas desejam consumir; as demandas líquidas, as quantidades que desejam comprar.*

Assim como no Capítulo 9, há nesse modelo dois conceitos relevantes de "demanda". A **demanda bruta** do agente A pelo bem 1 é, digamos, a quantidade total do bem 1 que ele deseja aos preços vigentes. Já a **demanda líquida** do agente A pelo bem 1 é a diferença entre sua demanda total e a dotação inicial do bem 1 que o agente tem. No contexto da análise de equilíbrio geral, as demandas líquidas são chamadas às vezes de **demandas excedentes**. Representaremos a demanda excedente do agente A pelo bem 1 por e_A^1. Por definição, se a demanda bruta de A for de x_A^1 e sua dotação for de ω_A^1, teremos:

$$e_A^1 = x_A^1 - \omega_A^1.$$

O conceito de demanda excedente talvez seja mais natural, mas o conceito de demanda bruta é geralmente mais útil. Utilizaremos a palavra "demanda" no sentido de demanda bruta e diremos "demanda líquida" ou "demanda excedente" quando quisermos nos referir a esse significado específico.

Para os preços arbitrários (p_1, p_2) nada garante que a oferta se iguale à demanda – em qualquer dos dois sentidos. Em termos de demanda líquida isso significa que a quantidade que A desejará comprar (ou vender) não se igualará necessariamente à quantidade que B desejará vender (ou comprar). Em termos da demanda bruta isso significa que a quantidade total que ambos os agentes querem ter desses bens não é igual à quantidade total disponível. Com efeito, isso é verdade no exemplo representado na Figura 31.3.

Nesse exemplo, os agentes não conseguirão concluir as transações que desejam: os mercados não serão exauridos.

Dizemos que nesse caso o mercado está em **desequilíbrio**. Nessa situação, é natural supor que o leiloeiro mudará os preços dos bens. Se houver excesso de demanda por um dos bens, o leiloeiro aumentará o preço desse bem, e se houver excesso de oferta de um dos bens, o leiloeiro baixará seu preço.

Suponhamos que esse processo de ajustamento continue até que a demanda de cada um dos bens se iguale à oferta. Como será a configuração final?

A resposta é dada na Figura 31.4. A quantidade que A deseja comprar do bem 1 é exatamente igual à quantidade que B deseja vender do bem 1; o mesmo ocorre com o bem 2. Dito de outra forma, a quantidade total que cada pessoa deseja comprar de cada bem aos preços correntes é igual à quantidade total disponível. Dizemos que o mercado está em **equilíbrio**. Mais precisamente, isso é chamado um **equilíbrio de mercado**, um **equilíbrio competitivo** ou um **equilíbrio walrasiano**.[2] Todos esses termos referem-se à mesma coisa: um conjunto de preços tais que cada consumidor escolhe a cesta mais preferida pela qual pode pagar, e todas as escolhas dos consumidores são compatíveis no sentido de que a demanda se iguala à oferta em todos os mercados.

Sabemos que se cada agente escolher a melhor cesta que puder pagar, a taxa marginal de substituição entre dois bens tem de ser igual à razão dos preços. Mas se todos os consumidores se defrontarem com os mesmos preços, todos terão de ter a *mesma* taxa marginal de substituição entre os dois bens. Nos termos da Figura 31.4, o equilíbrio tem a propriedade de que cada curva de indiferença do agente tangencia sua reta orçamentária. Mas como a reta orçamentária de cada agente tem inclinação $-p_1/p_2$, isso significa que as curvas de indiferença dos dois agentes têm de ser tangentes uma à outra.

31.5 A Álgebra do Equilíbrio

Se fizermos com que $x_A^1(p_1, p_2)$ seja a função demanda do agente A pelo bem 1 e $x_B^1(p_1, p_2)$ a função demanda do agente B pelo bem 1, e definirmos a expressão análoga para o bem 2, poderemos descrever esse equilíbrio como o conjunto de preços (p_1^*, p_2^*) de modo que

$$x_A^1(p_1^*, p_2^*) + x_B^1(p_1^*, p_2^*) = \omega_A^1 + \omega_B^1$$

$$x_A^2(p_1^*, p_2^*) + x_B^2(p_1^*, p_2^*) = \omega_A^2 + \omega_B^2.$$

[2] Leon Walras (1834-1910), economista de Lausanne, França, foi um dos primeiros pesquisadores da teoria de equilíbrio geral.

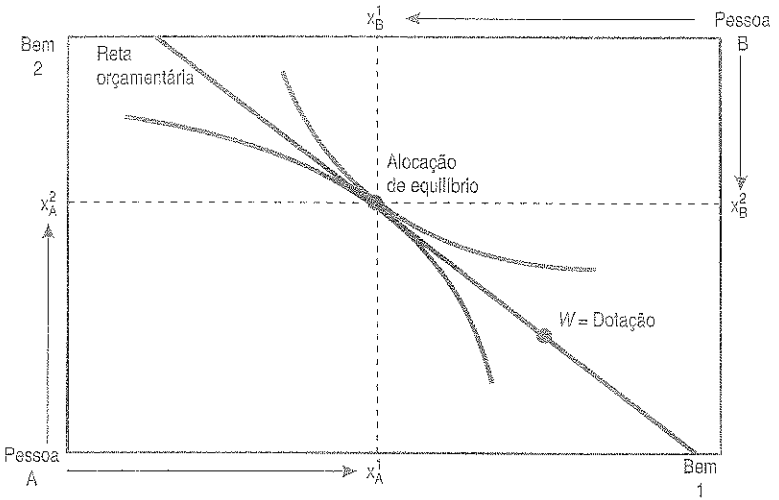

FIGURA 31.4 *Equilíbrio na caixa de Edgeworth. Em equilíbrio, cada pessoa escolhe a cesta mais preferida em seu conjunto orçamentário, e as escolhas esgotam a oferta existente.*

Essas equações dizem que, no equilíbrio, a demanda total de cada bem deve igualar-se à oferta total.

Outra forma de descrever o equilíbrio é rearranjar essas duas equações para obter

$$[x_A^1(p_1^*, p_2^*) - \omega_A^1] + [x_B^1(p_1^*, p_2^*) - \omega_B^1] = 0$$

$$[x_A^2(p_1^*, p_2^*) - \omega_A^2] + [x_B^2(p_1^*, p_2^*) - \omega_B^2] = 0.$$

Essas equações dizem que a soma das *demandas líquidas* de cada agente por cada bem deve ser zero. Ou, em outras palavras, a quantidade líquida que A escolhe demandar (ou ofertar) tem de ser igual à quantidade líquida que B escolhe ofertar (ou demandar).

Ainda outra formulação dessas equações de equilíbrio resulta do conceito de **função de demanda excedente agregada**. Representemos a função de demanda líquida pelo bem 1 do agente A por:

$$e_A^1(p_1, p_2) = x_A^1(p_1, p_2) - \omega_A^1$$

e definamos $e_B^1(p_1, p_2)$ de maneira semelhante.

A função $e_A^1(p_1, p_2)$ mede a **demanda líquida** de A ou sua **demanda excedente** – a diferença entre o que A deseja consumir do bem 1 e o que inicialmente possui desse bem. Somemos agora as demandas líquidas do agente A e do agente B pelo bem 1. Obtemos

$$z_1(p_1, p_2) = e_A^1(p_1, p_2) + e_B^1(p_1, p_2)$$

$$= x_A^1(p_1, p_2) + x_B^1(p_1, p_2) - \omega_A^1 - \omega_B^1,$$

que chamamos de demanda excedente agregada pelo bem 1. Há uma **demanda excedente agregada** semelhante pelo bem 2, que representamos por $z_2(p_1, p_2)$.

Podemos, então, descrever um equilíbrio (p_1^*, p_2^*) mediante a afirmação de que o demanda excedente agregada de cada bem é zero:

$$z_1(p_1^*, p_2^*) = 0$$

$$z_2(p_1^*, p_2^*) = 0.$$

Na verdade, essa definição é mais forte do que o necessário. Se a demanda excedente agregada pelo bem 1 for zero, a demanda excedente agregada pelo bem 2 terá necessariamente de ser zero. Para provar isso, é conveniente primeiro estabelecer uma propriedade da função de demanda excedente agregada conhecida como **lei de Walras**.

31.6 A Lei de Walras

Com o uso da notação acima estabelecida, a Lei de Walras afirma que

$$p_1 z_1(p_1, p_2) + p_2 z_2(p_1, p_2) \equiv 0.$$

Ou seja, *o valor da demanda excedente agregada é idêntico a zero*. Dizer que o valor da demanda agregada é idêntico a zero significa que ele é zero para *todas* as escolhas de preço possíveis, não apenas para os preços de equilíbrio.

A prova disto decorre da soma das restrições orçamentárias dos dois agentes. Vejamos primeiro o agente A. Como sua demanda por cada bem satisfaz sua restrição orçamentária, temos

$$p_1 x_A^1(p_1, p_2) + p_2 x_A^2(p_1, p_2) \equiv p_1 \omega_A^1 + p_2 \omega_A^2$$

ou

$$p_1[x^1_A(p_1, p_2) - \omega^1_A] + p_2[x^2_A(p_1, p_2) - \omega^2_A] \equiv 0$$

$$p_1 e^1_A(p_1, p_2) + p_2 e^2_A(p_1, p_2) \equiv 0.$$

Essa equação diz que o *valor da demanda líquida do agente A é zero*. Isto é, o valor da quantidade que A deseja comprar do bem 1 mais o valor da quantidade que ele deseja comprar do bem 2 tem de se igualar a zero. (É claro que a quantidade que ele deseja comprar de um dos dois bens tem de ser negativa – isto é, ele pretende vender certa quantidade de *um* dos bens para comprar mais do outro.)

Temos uma equação similar para o agente B:

$$p_1[x^1_B(p_1, p_2) - \omega^1_B] + p_2[x^2_B(p_1, p_2) - \omega^2_B] \equiv 0$$

$$p_1 e^1_B(p_1, p_2) + p_2 e^2_B(p_1, p_2) \equiv 0.$$

Se somarmos as equações do agente A e do agente B e utilizarmos a definição de demanda agregada, $z_1(p_1, p_2)$ e $z_2(p_1, p_2)$, teremos

$$p_1[e^1_A(p_1, p_2) + e^1_B(p_1, p_2)] + p_2[e^2_A(p_1, p_2) + e^2_B(p_1, p_2)] \equiv 0$$

$$p_1 z_1(p_1, p_2) + p_2 z_2(p_1, p_2) \equiv 0.$$

Agora podemos ver de onde vem a lei de Walras: como o valor da função de demanda excedente de cada agente é igual a zero, o valor da soma das demandas excedentes dos agentes tem de ser igual a zero.

Podemos agora demonstrar que se a demanda se igualar à oferta num mercado, ela terá de igualar-se à oferta no outro mercado. Observe que a lei de Walras tem de valer para todos os preços, uma vez que cada agente tem de satisfazer sua restrição orçamentária para todos os preços. Como a lei de Walras vale para todos os preços, em particular, ela vale para um conjunto de preços onde a demanda excedente pelo bem 1 é zero:

$$z_1(p_1^*, p_2^*) = 0.$$

De acordo com a lei de Walras, tem de ser verdade também que

$$p_1 z_1(p_1^*, p_2^*) + p_2 z_2(p_1^*, p_2^*) = 0.$$

Segue se facilmente dessas duas equações que se $p_2 > 0$, teremos então de ter:

$$z_2(p_1^*, p_2^*) = 0.$$

Assim, como afirmamos acima, se encontrarmos um conjunto de preços (p_1^*, p_2^*) onde a demanda pelo bem 1 for igual à oferta do bem 1, temos a garantia de que a demanda pelo bem 2 será igual à oferta do bem 2. Do mesmo modo, se encontrarmos um conjunto de preços em que a demanda pelo bem 2 seja igual à oferta do bem 2, teremos garantia de que o mercado 1 estará em equilíbrio.

Em geral, se houver mercados para k bens, precisaremos então apenas encontrar um conjunto de preços em que $k - 1$ dos mercados estejam em equilíbrio. A lei de Walras então implica que o mercado do bem k terá automaticamente demanda igual à oferta.

31.7 Preços Relativos

Como vimos antes, a lei de Walras implica que haja somente $k-1$ equações independentes num modelo de equilíbrio geral de k bens: se a demanda se igualar à oferta em $k-1$ mercados, ela terá de se igualar à oferta no mercado final. Mas se houver k bens, haverá k preços para serem determinados. Como você pode resolver para k preços com apenas $k-1$ equações?

A resposta é que só há realmente $k-1$ preços *independentes*. Vimos no Capítulo 2 que se multiplicássemos todos os preços e rendas por um número positivo t, o conjunto orçamentário não mudaria e, portanto, a cesta demandada também não. No modelo de equilíbrio geral, a renda de cada consumidor é apenas o valor de sua dotação aos preços de mercado. Se multiplicarmos todos os preços por $t > 0$, automaticamente multiplicaremos a renda de cada consumidor por t. Assim, se encontrarmos um conjunto de equilíbrio de preços (p_1^*, p_2^*), então (tp_1^*, tp_2^*) serão também preços de equilíbrio, para qualquer $t > 0$.

Isto significa que somos livres para escolher um dos preços e fixá-lo, igual a uma constante. Em geral convém igualar um dos preços a 1, de modo que todos os demais preços possam ser interpretados como medidos em relação a ele. Como vimos no Capítulo 2, tal preço é denominado um preço numerário. Se escolhermos o primeiro preço como o preço numerário, será como multiplicar todos os preços pela constante $t = 1/p_1$.

A exigência de que a demanda se iguale à oferta em todos os mercados só pode determinar os preços relativos de equilíbrio, uma vez que multiplicar todos os preços por um número positivo não mudará o comportamento da demanda e da oferta de ninguém.

EXEMPLO: Um Exemplo Algébrico de Equilíbrio

A função de utilidade Cobb-Douglas descrita no Capítulo 6 tem a forma $u_A = (x_A^1, x_A^2) = (x_A^1)^a (x_A^2)^{1-a}$ para a pessoa A, e uma forma semelhante para a pessoa B. Vimos naquele capítulo que essa função de utilidade dá origem às seguintes funções de demanda:

$$x_A^1(p_1, p_2, m_A) = a\frac{m_A}{p_1}$$

$$x_A^2(p_1, p_2, m_A) = (1-a)\frac{m_A}{p_2}$$

$$x_B^1(p_1, p_2, m_B) = b\frac{m_B}{p_1}$$

$$x_B^2(p_1, p_2, m_B) = (1-b)\frac{m_B}{p_2},$$

onde a e b são os parâmetros das funções de utilidade dos dois consumidores.

Sabemos que, no equilíbrio, a renda monetária de cada pessoa é dada pelo valor de sua dotação:

$$m_A = p_1\omega_A^1 + p_2\omega_A^2$$

$$m_B = p_1\omega_B^1 + p_2\omega_B^2.$$

Assim, as demandas excedentes agregadas para os dois bens são

$$z_1(p_1, p_2) = a\frac{m_A}{p_1} + b\frac{m_B}{p_1} - \omega_A^1 - \omega_B^1$$

$$= a\frac{p_1\omega_A^1 + p_2\omega_A^2}{p_1} + b\frac{p_1\omega_B^1 + p_2\omega_B^2}{p_1} - \omega_A^1 - \omega_B^1$$

e

$$z_2(p_1, p_2) = (1-a)\frac{m_A}{p_2} + (1-b)\frac{m_B}{p_2} - \omega_A^2 - \omega_B^2$$

$$= (1-a)\frac{p_1\omega_A^1 + p_2\omega_A^2}{p_2} + (1-b)\frac{p_1\omega_B^1 + p_2\omega_B^2}{p_2} - \omega_A^2 - \omega_B^2.$$

Você deve verificar que essas funções de demanda agregadas satisfazem a lei de Walras.

Escolhamos p_2 como o preço numerário, de modo que essas equações se tornem

$$z_1(p_1, 1) = a\frac{p_1\omega_A^1 + \omega_A^2}{p_1} + b\frac{p_1\omega_B^1 + \omega_B^2}{p_1} - \omega_A^1 - \omega_B^1$$

$$z_2(p_1, 1) = (1-a)\,p_1\omega_A^1 + \omega_A^2) + (1-b)\,p_1\omega_B^1 + \omega_B^2) - \omega_A^2 - \omega_B^2.$$

Tudo o que fizemos aqui foi estabelecer que $p_2 = 1$.

Temos agora uma equação para a demanda excedente pelo bem 1, $z_1(p_1, 1)$ e uma equação para a demanda excedente pelo bem 2, $z_2(p_1, 1)$, em que cada equação é expressa como uma função do preço relativo do bem 1, p_1. Para encontrar o preço de *equilíbrio*, igualamos essas duas equações a zero e resolvemos para p_1. De acordo com a lei de Walras, deveremos obter o mesmo preço de equilíbrio, não importa que equação resolvamos.

O preço de equilíbrio vem a ser

$$p_1^* = \frac{a\omega_A^2 + b\omega_B^2}{(1-a)\omega_A^1 + (1-b)\omega_B^1}.$$

(Os céticos poderão querer inserir esse valor de p_1 nas equações em que a oferta se iguala à demanda para verificar se essas equações são satisfeitas.)

31.8 A Existência de Equilíbrio

No exemplo anterior, tínhamos equações específicas para a função de demanda de cada consumidor e podíamos explicitamente resolver para os preços de equilíbrio. Mas, em geral, não temos fórmulas algébricas explícitas para cada demanda do consumidor. Podemos também perguntar como sabemos se existe *algum* conjunto de preços em que a demanda e a oferta se igualem em todos os mercados. Isso é conhecido como a questão da **existência de um equilíbrio competitivo**.

A existência de um equilíbrio competitivo é importante na medida em que serve como uma "verificação de consistência" dos vários modelos que examinamos nos capítulos anteriores. Que relevância teria construir teorias elaboradas sobre o funcionamento do equilíbrio competitivo se esse equilíbrio não existisse normalmente?

Os primeiros economistas observaram que num mercado com k bens havia $k - 1$ preços relativos para serem determinados e que havia $k - 1$ equações de equilíbrio que afirmavam que a demanda deveria igualar-se à oferta em cada mercado. Como o número de equações se igualava ao de incógnitas, eles afirmavam que haveria uma solução em que todas as equações fossem satisfeitas.

Os economistas logo descobriram que tais argumentos eram falaciosos. O simples ato de contar o número de equações e incógnitas não é suficiente para provar que existirá uma solução de equilíbrio. Entretanto, há ferramentas matemáticas que podem ser utilizadas para provar a existência de um equilíbrio competitivo. O pressuposto crucial é de que a função de demanda excedente agregada é uma **função contínua**. Isso significa, *grosso modo*, que pequenas mudanças nos preços deveriam resultar apenas em pequenas variações na demanda agregada: uma variação pequena nos preços não deveria resultar num grande salto na quantidade demandada.

Sob que condições as funções de demanda agregada serão contínuas? Em essência, há dois tipos de condições que garantirão a continuidade. Uma é que cada função de demanda individual seja contínua – que pequenas variações de preço resultarão apenas em pequenas variações na demanda. Isso exige que todos os consumidores tenham preferências convexas, o que analisamos no Capítulo 3. A outra condição é mais geral. Mesmo que os consumidores tenham um comportamento de demanda descontínuo, desde que os consumidores sejam pequenos em relação ao tamanho do mercado, a função de demanda agregada será contínua.

Essa última condição é bem agradável. Afinal, o pressuposto do comportamento competitivo só faz sentido quando há muitos consumidores pequenos em relação ao tamanho do mercado. Essa é exatamente a condição de que necessitamos para fazer com que as funções de demanda agregadas sejam contínuas. E continuidade é justamente o que se precisa para assegurar a existência de um equilíbrio competitivo. Assim, os próprios pressupostos que tornam razoável o comportamento postulado assegurarão a consistência da teoria de equilíbrio.

31.9 Equilíbrio e Eficiência

Analisamos as trocas de mercado num modelo de trocas puras. Isso proporciona um modelo específico de troca que podemos comparar ao modelo geral de troca que discutimos no início deste capítulo. Uma questão que pode surgir sobre o uso de um mercado competitivo é se esse mecanismo é

realmente capaz de esgotar todos os ganhos de troca. Após termos trocado até alcançar um equilíbrio competitivo em que a demanda se iguala à oferta em todos os mercados, haverá qualquer troca a mais que as pessoas desejarão realizar? Essa é apenas outra forma de perguntar se o equilíbrio de mercado é eficiente no sentido de Pareto: os agentes desejarão fazer mais trocas depois de transacionar aos preços competitivos?

Podemos ter a resposta ao inspecionar a Figura 31.4: ocorre que a alocação de equilíbrio de mercado *é* eficiente no sentido de Pareto. A prova é essa: uma alocação na caixa de Edgeworth é eficiente no sentido de Pareto se o conjunto das cestas preferidas por A não interceptar o conjunto de cestas preferidas por B. Mas no equilíbrio de mercado, o conjunto de cestas preferidas por A tem de se localizar acima do seu conjunto orçamentário, e o mesmo vale para B, onde "acima" significa "acima do ponto de vista de B". Portanto, os dois conjuntos de alocações preferidas não podem se interceptar. Isso significa que não há alocações que ambos prefiram à alocação de equilíbrio; logo, o equilíbrio é eficiente no sentido de Pareto.

31.10 A Álgebra da Eficiência

Podemos mostrar isso de maneira algébrica. Suponhamos que um equilíbrio de mercado *não* seja eficiente no sentido de Pareto. Mostraremos que essa hipótese leva a uma contradição lógica.

Dizer que o equilíbrio de mercado não é eficiente no sentido de Pareto significa dizer que existe outra alocação factível $(y_A^1, y_A^2, y_B^1, y_B^2)$, de modo que:

$$y_A^1 + y_B^1 = \omega_A^1 + \omega_B^1 \tag{31.1}$$

$$y_A^2 + y_B^2 = \omega_A^2 + \omega_B^2 \tag{31.2}$$

e

$$(y_A^1, y_A^2) \succ_A (x_A^1, x_A^2) \tag{31.3}$$

$$(y_B^1, y_B^2) \succ_B (x_B^1, x_B^2) \tag{31.4}$$

As duas primeiras equações afirmam que a alocação y é factível, e as duas equações seguintes afirmam que ela é preferida pelos agentes à alocação x. (Os símbolos $\succ A$ e $\succ B$ referem-se às preferências dos agentes A e B.)

Mas, por hipótese, temos um equilíbrio de mercado em que cada agente compra a melhor cesta pela qual pode pagar. Se (y_A^1, y_A^2) for melhor do que a cesta que A escolhe, então ela tem de custar mais do que A pode pagar, e da mesma forma para B:

$$p_1 y_A^1 + p_2 y_A^2 > p_1 \omega_A^1 + p_2 \omega_A^2$$

$$p_1 y_B^1 + p_2 y_B^2 > p_1 \omega_B^1 + p_2 \omega_B^2.$$

Some agora essas duas equações para obter

$$p_1(y_A^1 + y_B^1) + p_2(y_A^2 + y_B^2) > p_1(\omega_A^1 + \omega_B^1) + p_2(\omega_A^2 + \omega_B^2).$$

Substitua as equações (31.1) e (31.2) para obter:

$$p_1(\omega_A^1 + \omega_B^1) + p_2(\omega_A^2 + \omega_B^2) > p_1(\omega_A^1 + \omega_B^1) + p_2(\omega_A^2 + \omega_B^2).$$

o que é claramente uma contradição, uma vez que os lados direito e esquerdo são iguais.

Derivamos essa contradição ao pressupor que o equilíbrio de mercado não era eficiente no sentido de Pareto. Esse pressuposto tem, portanto, de estar errado. Segue-se que todos os equilíbrios de mercado são eficientes no sentido de Pareto: um resultado conhecido como o **Primeiro Teorema da Teoria Econômica de Bem-Estar**.

O Primeiro Teorema do Bem-Estar garante que um mercado competitivo irá esgotar todos os ganhos de trocas: uma alocação de equilíbrio alcançada por um conjunto de mercados competitivos será necessariamente eficiente no sentido de Pareto. Tal alocação pode não ter outras propriedades desejáveis, mas será necessariamente eficiente.

Em particular, o Primeiro Teorema de Bem-Estar não diz nada sobre a distribuição dos benefícios econômicos. O equilíbrio de mercado pode não ser "apenas" uma alocação – se a pessoa A tivesse tudo no início, ela teria tudo após as trocas. Isso seria eficiente, mas provavelmente não muito justo. Mas, afinal, a eficiência serve para alguma coisa, e é tranqüilizador que um mecanismo de mercado simples como o que descrevemos seja capaz de alcançar uma alocação eficiente.

EXEMPLO: Monopólio na Caixa de Edgeworth

Para compreendermos melhor o Primeiro Teorema de Bem-Estar, é útil analisarmos outro mecanismo de alocação de recursos que não gera resultados eficientes. Um bom exemplo disso é quando um consumidor tenta comportar-se como monopolista. Suponhamos que agora não haja leiloeiro e que, no lugar dele, o agente A fixará os preços para o agente B, que decidirá o quanto deseja trocar aos preços fixados. Suponhamos ainda que A conheça a "curva de demanda" de B e tente escolher o conjunto de preços capaz de fazer com que A fique tão bem quanto possível, dado o comportamento da demanda de B.

Para examinar o equilíbrio nesse processo, é bom lembrar da definição de curva preço-consumo de um consumidor. A curva preço-consumo, que analisamos no Capítulo 6, representa todas as escolhas ótimas dos consumidores aos diferentes preços. A curva preço-consumo de B representa as cestas que ele irá comprar aos diferentes preços; ou seja, ela descreve o comportamento da demanda de B. Se traçarmos a reta orçamentária de B, o ponto onde a reta orçamentária interceptar a curva preço-consumo representará o consumo ótimo de B.

Assim, se o agente A desejar escolher para oferecer a B os preços que deixariam A na melhor situação possível, deveria encontrar o ponto na curva preço-consumo de B onde A tem a utilidade mais alta. Essa escolha é representada na Figura 31.5.

Essa escolha ótima caracterizar-se-á, como sempre, por uma condição de tangência: a curva de indiferença de A tangenciará a curva preço-consumo de B. Se a curva preço-consumo de B cortasse a curva de indiferença de A, haveria um ponto na curva preço-consumo de B que A preferiria – não poderíamos, pois, estar no ponto ótimo para A.

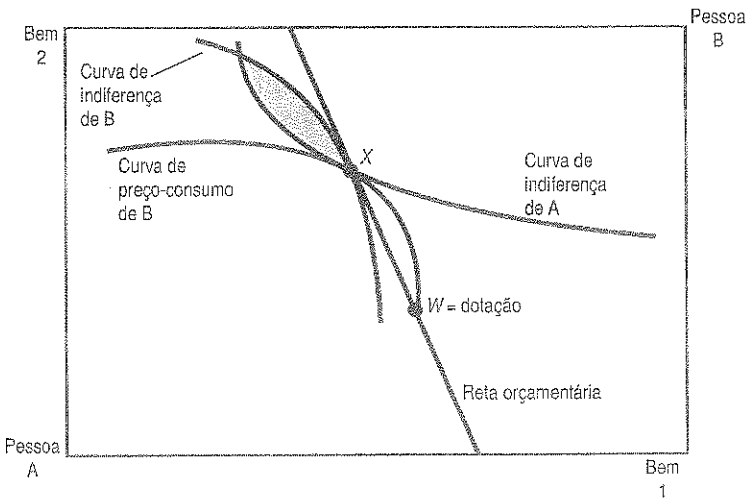

FIGURA 31.5 ***Monopólio na caixa de Edgeworth.*** *A escolhe o ponto na curva preço-consumo de B que lhe proporciona a utilidade mais alta.*

Assim que identificamos esse ponto – representado por X na Figura 31.5 – apenas traçamos uma reta orçamentária até esse ponto a partir da dotação. Aos preços que geram essa reta orçamentária, B escolherá a cesta X, e A estará tão bem quanto possível.

Essa alocação é eficiente no sentido de Pareto? Em geral, a resposta é não. Para vermos isso, basta observar que a curva de indiferença de A não tangenciará a reta orçamentária em X, e portanto, a curva de indiferença de A não será tangente à curva de indiferença de B. A curva de indiferença de A tangencia a curva *preço-consumo* de B, mas não pode tangenciar a curva de indiferença de B. A alocação de monopólio é ineficiente no sentido de Pareto.

De fato, ela é ineficiente no sentido de Pareto exatamente da mesma forma que descrevemos em nossa análise de monopólio no Capítulo 24. Na margem, A gostaria de vender mais aos preços de equilíbrio, mas só poderia fazer isso se diminuísse os preços aos quais ele vende – e isso diminuirá a renda recebida de todas as suas vendas inframarginais.

Vimos no Capítulo 25 que um monopolista perfeitamente discriminador terminaria por alcançar um nível de produção eficiente. Lembre-se de que o monopolista discriminador era capaz de vender cada unidade de um bem para a pessoa propensa a pagar o máximo por aquela unidade. Como representar um monopolista perfeitamente discriminador na caixa de Edgeworth?

A resposta está representada na Figura 31.6. Comecemos na dotação inicial, W, e imaginemos que A venda cada unidade do bem 1 a B, a um preço diferente – o preço ao qual B é indiferente entre comprar ou não comprar aquela unidade do bem. Assim, depois que A vender a primeira unidade, B permanecerá na mesma curva de indiferença que passa por W. A, então, vende a segunda unidade do bem 1 para B pelo preço máximo que ele está propenso a pagar. Isso significa que a alocação se move mais para a esquerda, mas permanece na curva de indiferença de B que passa por W. O agente A continua a vender unidades para B dessa maneira, o que desloca para cima a curva de indiferença de B até encontrar o ponto preferido de A, indicado por X na Figura 31.6.

É fácil verificar que um ponto desses tem de ser eficiente no sentido de Pareto. O agente A estará tão bem quanto possível dada a curva de indiferença de B. Nesse ponto, A conseguiu extrair todo o excedente do consumidor de B: B não está melhor agora do que estava em sua dotacão inicial.

Estes dois exemplos proporcionam pontos de referência úteis para refletirmos sobre o Primeiro Teorema de Bem-Estar. O monopolista comum fornece-nos um exemplo de um mecanismo de alocação de recursos que resulta em equilíbrios ineficientes, enquanto o monopolista discriminador fornece um outro exemplo de um mecanismo que resulta em equilíbrios eficientes.

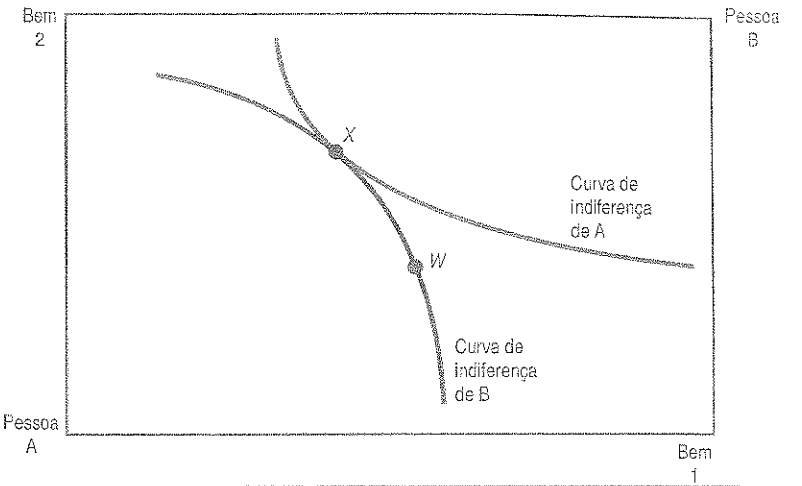

FIGURA 31.6 ***Um monopolista perfeitamente discriminador.*** *A pessoa A escolhe o ponto X na curva de indiferença de B que passa sobre a dotação e que lhe fornece a maior utilidade possível. Esse ponto tem de ser eficiente de Pareto.*

31.11 Eficiência e Equilíbrio

O Primeiro Teorema de Bem-Estar diz que o equilíbrio num conjunto de mercados competitivos é eficiente no sentido de Pareto. E o contrário? Dada uma alocação eficiente no sentido de Pareto, podemos encontrar preços que façam essa alocação constituir um equilíbrio de mercado? A resposta é sim, sob certas condições. O argumento é ilustrado na Figura 31.7.

Tomemos uma alocação eficiente no sentido de Pareto. Sabemos que o conjunto de alocações que A prefere à sua alocação atual é incoerente com o conjunto preferido por B. Isso implica, é claro, que as duas curvas de indiferença tangenciem a alocação eficiente no sentido de Pareto. Tracemos, pois, a linha reta que é sua tangente comum, como na Figura 31.7.

Suponhamos que a linha reta represente os conjuntos orçamentários dos agentes. Se cada agente escolher a melhor cesta em seu conjunto orçamentário, o equilíbrio resultante será a alocação eficiente no sentido de Pareto original.

Portanto, o fato de que a alocação original seja eficiente já determina, de maneira automática, os preços de equilíbrio. As dotações podem ser quaisquer cestas que gerem o conjunto orçamentário apropriado – isto é, cestas que se localizem em algum lugar sobre a reta orçamentária construída.

Pode a construção de tal reta orçam entária ser efetuada sempre? Infelizmente, a resposta é não. A Figura 31.8 fornece um exemplo. Aqui, o ponto ilustrado X é eficiente no sentido de Pareto, mas não há preços aos quais A e B queiram consumir no ponto X. O candidato mais óbvio está desenhado no

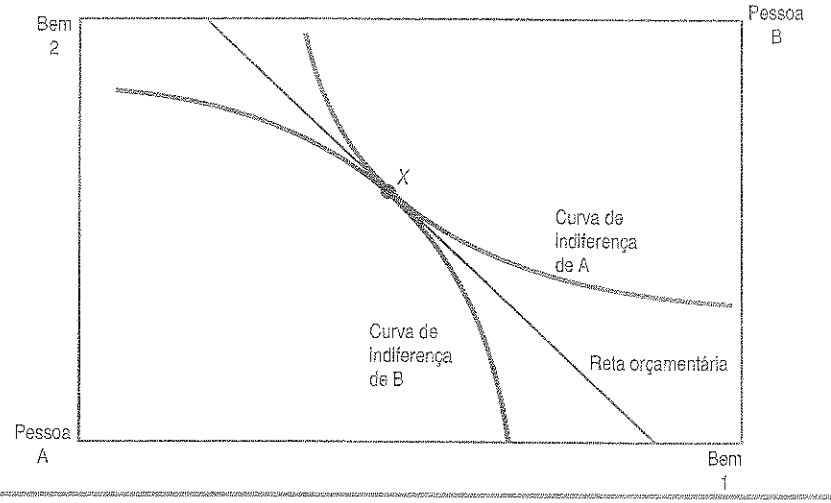

FIGURA 31.7 *Segundo Teorema da Teoria Econômica de Bem-Estar. Quando as preferências são convexas, uma alocação eficiente de Pareto é um equilíbrio para algum conjunto de preços.*

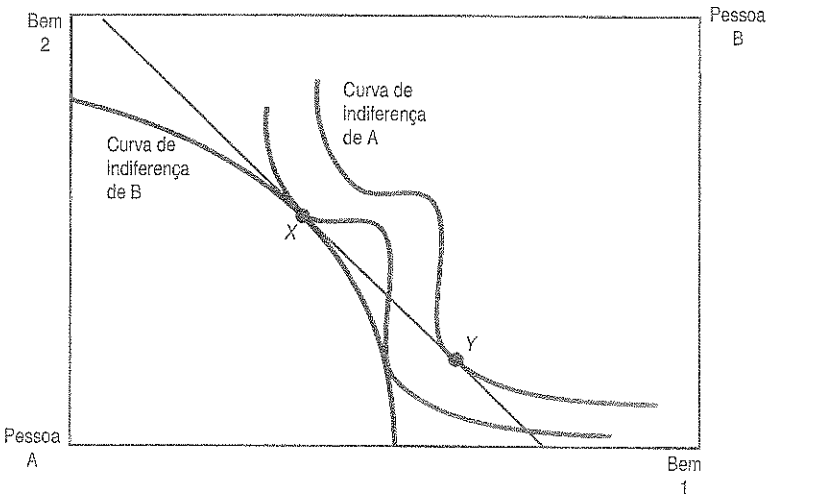

FIGURA 31.8 *Uma alocação eficiente de Pareto que não é um equilíbrio. É possível encontrar alocações eficientes de Pareto tais como X no diagrama, que não podem ser alcançadas por mercados competitivos se as preferências não forem convexas.*

diagrama, mas as demandas ótimas dos agentes A e B não coincidem com aquele orçamento. O agente A deseja demandar a cesta *Y*, mas o agente B deseja a cesta *X* – a demanda não é igual à oferta a esses preços.

A diferença entre a Figura 31.7 e a Figura 31.8 é que na primeira as preferências são convexas, enquanto na segunda, não. Se as preferências de ambos os agentes são convexas, a tangente comum não interceptará nenhuma das duas curvas mais de uma vez, e tudo funcionará bem. Essa observação fornece-nos o **Segundo Teorema da Teoria Econômica de Bem-Estar**: se todos os agentes tiverem preferências convexas, haverá sempre um conjunto de preços tal, que cada alocação eficiente no sentido de Pareto seja um equilíbrio de mercado para uma distribuição apropriada de dotações.

A prova é essencialmente o argumento geométrico que apresentamos anteriormente. Numa alocação eficiente no sentido de Pareto, as cestas preferidas pelo agente A e pelo agente B têm de ser separadas. Portanto, se ambos os agentes tiverem preferências convexas, poderemos traçar uma linha reta entre os dois conjuntos de cestas preferidas, separando-os. A inclinação dessa linha nos dará os preços relativos, e qualquer dotação que coloque os dois agentes nessa linha levará ao equilíbrio de mercado final e será a alocação eficiente no sentido de Pareto original.

31.12 Implicações do Primeiro Teorema de Bem-Estar

Os dois teoremas da teoria econômica de bem-estar estão entre os resultados mais fundamentais de teoria econômica. Demonstramos os teoremas apenas no caso simples da caixa de Edgeworth, mas eles são verdadeiros para modelos muito mais complexos com números arbitrários de consumidores e bens. Os teoremas de bem-estar têm implicações profundas para a elaboração de modalidades de alocação de recursos.

Examinemos o Primeiro Teorema de Bem-Estar. Ele diz que qualquer equilíbrio competitivo é eficiente no sentido de Pareto. Esse teorema praticamente não tem pressupostos explícitos – ele resulta quase que inteiramente de definições. Mas há alguns pressupostos implícitos. Um dos principais é que os agentes só se preocupam com seu consumo de bens, e não com o que os demais agentes consomem. Se um agente se importa com o consumo do outro, dizemos que há uma **externalidade no consumo**. Devemos observar que quando há externalidades no consumo, o equilíbrio competitivo não precisa ser eficiente no sentido de Pareto.

Para utilizarmos um exemplo simples, suponhamos que o agente A se importe com o consumo de charutos do agente B. Nesse caso, não haverá razão particular para que a escolha da cesta de consumo de cada agente aos preços de mercado resulte numa alocação eficiente no sentido de Pareto. Depois que cada pessoa comprou a melhor cesta pela qual podia pagar, pode ainda haver meios de fazer com que os dois melhorem – tal como A pagar a B para fumar menos charutos. Discutiremos as externalidades com maiores detalhes no Capítulo 34.

Outro importante pressuposto implícito no Primeiro Teorema de Bem-Estar é que os agentes realmente se comportem de maneira competitiva. Se houvesse apenas dois agentes, como no exemplo da caixa de Edgeworth, seria improvável que eles tomassem os preços como dados. Ao contrário, os agentes provavelmente reconheceriam o seu poder de mercado e tentariam utilizá-lo para melhorar suas próprias posições. O conceito de equilíbrio competitivo só faz sentido quando há um número suficiente de agentes para assegurar que cada um deles se comporte de maneira competitiva.

Por fim, o Primeiro Teorema de Bem-Estar só é de interesse se realmente houver um equilíbrio competitivo. Conforme argumentamos anteriormente, esse será o caso se os consumidores forem suficientemente pequenos em relação ao tamanho do mercado.

Dadas essas condições, o Primeiro Teorema de Bem-Estar constitui um resultado muito forte: um mercado privado em que cada agente procura maximizar a sua utilidade, resultará numa alocação capaz de alcançar a eficiência de Pareto.

A importância do Primeiro Teorema de Bem-Estar é que ele fornece um mecanismo geral – o mercado competitivo – que podemos utilizar para assegurar a obtenção de resultados eficientes no sentido de Pareto. Se houver apenas dois agentes envolvidos, isso não importará muito; é fácil para duas pessoas se juntarem e examinarem as possibilidades de trocas mútuas. Mas se houver milhares, ou mesmo milhões de pessoas envolvidas, terá de haver algum tipo de estrutura imposta no processo de troca. O Primeiro Teorema de Bem-Estar mostra que a estrutura particular dos mercados competitivos tem a propriedade desejável de alcançar uma alocação eficiente no sentido de Pareto.

Se lidarmos com um problema de recursos que envolva muitas pessoas, é importante observar que o uso de mercados competitivos economiza a quantidade de informações que qualquer agente precisa ter. As únicas coisas que o consumidor precisa saber para tomar suas decisões de consumo são os preços dos bens que ele pretende consumir. Os consumidores não precisam conhecer nada sobre como os bens são produzidos, sobre quem tem que tipos de bens ou, ainda, de onde vêm os bens num mercado competitivo. Se o consumidor conhecer apenas os preços dos bens, ele poderá determinar suas demandas; se o mercado funcionar suficientemente bem para determinar os preços competitivos, teremos a garantia de um resultado eficiente. O fato de que os mercados competitivos reduzem a necessidade de informação constitui um forte argumento a favor do seu uso como meio de alocar recursos.

31.13 Implicações do Segundo Teorema de Bem-Estar

O Segundo Teorema da Teoria Econômica de Bem-Estar afirma que, sob certas condições, toda alocação eficiente no sentido de Pareto pode ser alcançada como um equilíbrio competitivo.

O que significa esse resultado? O Segundo Teorema de Bem-Estar implica que os problemas de distribuição e eficiência podem ser separados. Qualquer alocação eficiente no sentido de Pareto que se queira obter pode apoiar-se no mecanismo de mercado. Os mecanismos de mercado são neutros do ponto de vista da distribuição; quaisquer que sejam nossos critérios a respeito de um bem ou da distribuição justa de bem-estar, podemos utilizar os mercados competitivos para alcançá-la.

Os preços desempenham dois papéis no sistema de mercado: um referente à *alocação* e outro referente à *distribuição*. O papel alocativo dos preços consiste em indicar a escassez relativa; já o papel distributivo consiste em determinar quanto dos diferentes bens os vários agentes podem comprar. O Segundo Teorema de Bem-Estar afirma que esses dois papéis podem ser separados: podemos redistribuir as dotações de bens para avaliar a riqueza dos agentes e usar os preços para indicar a escassez relativa.

As discussões de política econômica freqüentemente tornam-se confusas nesse ponto. Ouvem-se com freqüência argumentos, baseados na eqüidade distributiva, que defendem a intervenção nas decisões de preços. Essa intervenção, no entanto, costuma ser mal-orientada. Conforme vimos anteriormente, um meio conveniente de alcançar alocações eficientes é fazer com que cada agente enfrente os custos sociais verdadeiros de suas ações e faça escolhas que reflitam esses custos. Assim, num mercado perfeitamente competitivo, a decisão marginal de consumir mais ou menos de determinado bem dependerá do preço – que mede o valor que qualquer outra pessoa atribui a esse bem na margem. As considerações de eficiência são decisões inerentemente marginais – toda pessoa deveria enfrentar a escolha marginal correta ao tomar suas decisões de consumo.

A decisão sobre *quanto* os vários agentes devem consumir é uma questão totalmente diferente. No mercado competitivo isso é determinado pelo valor dos recursos que a pessoa tem para vender. Do ponto de vista da teoria pura, não há razão pela qual o governo não possa transferir poder de compra – dotações – entre os consumidores da maneira que julgar mais adequada.

Com efeito, o Estado não precisa transferir as dotações físicas em si. Tudo que é necessário é transferir o poder de compra da dotação. O Estado pode taxar um consumidor com base no valor de sua dotação e transferir essa quantia para um outro. Enquanto os impostos se basearem no valor da *dotação* de bens dos consumidores, não haverá perda de eficiência. Esta só ocorre quando os impostos dependem das *escolhas* do consumidor, uma vez que, nesse caso, os impostos afetarão as escolhas marginais do consumidor.

É verdade que um imposto sobre as dotações geralmente muda o comportamento das pessoas. Mas, de acordo com o Primeiro Teorema de Bem-Estar, as trocas realizadas a partir de quaisquer dotações iniciais resultarão numa alocação eficiente no sentido de Pareto. Assim, não importa o quanto se redistribuam as dotações, a alocação de equilíbrio, por ser determinada pelas forças de mercado, continuará a ser eficiente no sentido de Pareto.

Entretanto, há questões práticas envolvidas. Seria fácil cobrar um imposto de montante fixo dos consumidores. Poderíamos taxar os consumidores de olhos azuis e redistribuir o montante arrecadado para os consumidores de olhos castanhos. Como a cor dos olhos não pode ser mudada, não haveria perda de eficiência. Ou, ainda, poderíamos taxar os consumidores com quociente de inteligência (QI) elevado e redistribuir os fundos arrecadados entre os consumidores com QI baixo. Mais uma vez, enquanto o QI puder ser medido, não haverá perda de eficiência nesse tipo de imposto.

Mas há um problema: Como podemos medir a dotação de bens das pessoas? Para a maioria delas, a parte principal de sua dotação consiste em sua própria força de trabalho. A dotação de trabalho das pessoas consiste na quantidade de trabalho que elas *pretendem* vender e não na quantidade de trabalho que elas realmente acabam por vender.

A taxação do trabalho que as pessoas decidem vender ao mercado constitui um **imposto que distorce**. Se a venda do trabalho for taxada, a decisão dos consumidores de ofertar trabalho será distorcida – eles tenderão a ofertar menos trabalho do que ofertariam no caso de inexistência do imposto. Já a taxação do valor potencial do trabalho – a dotação de trabalho – não provoca distorções. O valor potencial do trabalho é, por definição, algo que não é modificado pela taxação. Taxar o valor da dotação parece fácil até percebermos que isso envolve identificar e taxar algo que *poderia ser* vendido, em vez de taxar algo que é realmente vendido.

Podemos *imaginar* um mecanismo para cobrar esse tipo de imposto. Suponhamos que tenhamos uma sociedade em que todo consumidor seja obrigado a dar ao Estado por semana o dinheiro recebido por dez horas de seu tempo de trabalho. Esse tipo de imposto independeria de quanto a pessoa realmente trabalhou – só dependeria da dotação de trabalho, não de quanto foi realmente vendido. Tal imposto constitui basicamente a transferência para o Estado de parte da dotação de tempo de trabalho de cada consumidor. O Estado poderia então utilizar esses fundos para prover vários bens ou, simplesmente, transferir esses fundos para outros agentes.

De acordo com o Segundo Teorema de Bem-Estar, esse tipo de taxação de montante fixo não geraria distorções. Em essência, qualquer alocação eficiente no sentido de Pareto poderia ser alcançada por uma redistribuição de montante fixo dessa natureza.

No entanto, ninguém está defendendo uma reestruturação tão radical do sistema fiscal. A maioria das decisões de oferta de trabalho das pessoas é relativamente insensível às variações na taxa de salário, de modo que a perda de eficiência decorrente da taxação do trabalho pode não ser assim tão grande. Mas a mensagem do Segundo Teorema de Bem-Estar é importante. Os preços devem ser utilizados para refletir escassez. As transferências de montante fixo da riqueza devem ser utilizadas para ajustar metas de distribuição. Em larga escala, essas duas decisões políticas podem ser separadas.

A preocupação das pessoas com a distribuição de bem-estar pode levá-las a defender várias modalidades de manipulação de preços. Tem-se argumentado, por exemplo, que os cidadãos idosos deveriam ter acesso a um serviço telefônico mais barato, ou que pequenos usuários de eletricidade deveriam pagar taxas mais baixas que os grandes usuários. Isso constitui basicamente tentativas de redistribuir renda através do sistema de preços ao oferecer a algumas pessoas preços menores do que os oferecidos a outras.

Quando refletimos sobre isso, vemos que é uma forma terrivelmente ineficiente de redistribuir renda. Se desejamos redistribuir a renda, por que simplesmente não redistribuímos renda? Se dermos a uma pessoa um dinheiro extra para gastar, ela poderá escolher consumir mais de qualquer um dos bens que deseje consumir – não necessariamente do bem subsidiado.

Resumo

1. O equilíbrio geral se refere ao estudo de como a economia pode ajustar-se para igualar a demanda e a oferta em todos os mercados ao mesmo tempo.

2. A caixa de Edgeworth é uma ferramenta gráfica para examinar esse equilíbrio geral com dois consumidores e dois bens.

3. Uma alocação eficiente no sentido de Pareto é aquela em que não há realocação viável dos bens capaz de fazer com que todos os consumidores fiquem ao menos tão bem e pelo menos um deles fique estritamente melhor.

4. A lei de Walras afirma que o valor da demanda excedente agregada é zero para todos os preços.

5. Uma alocação de equilíbrio geral é aquela em que cada agente escolhe a cesta mais preferida de bens a partir do conjunto de bens que ele pode pagar.

6. Em um sistema de equilíbrio geral só são determinados os preços relativos.

7. Se a demanda por cada bem variar continuamente à medida que os preços variam, haverá sempre um conjunto de preços em que a demanda se iguala à oferta em cada mercado; ou seja, um equilíbrio competitivo.

8. O Primeiro Teorema da Teoria Econômica de Bem-Estar afirma que o equilíbrio competitivo é eficiente no sentido de Pareto.

9. O Segundo Teorema da Teoria Econômica de Bem-Estar afirma que desde que as preferências sejam convexas, toda alocação eficiente no sentido de Pareto pode ser sustentada como um equilíbrio competitivo.

Questões de Revisão

1. É possível ter uma alocação eficiente no sentido de Pareto numa situação em que alguém esteja pior do que estaria numa alocação que não fosse eficiente no sentido de Pareto?

2. É possível ter uma alocação eficiente no sentido de Pareto numa situação em que todo mundo esteja pior do que numa alocação que não seja eficiente no sentido de Pareto?

3. Verdadeiro ou falso? Se conhecermos a curva de contrato, conheceremos o resultado de qualquer troca.

4. Pode alguém melhorar se estivermos numa alocação eficiente no sentido de Pareto?

5. Se o valor da demanda excedente em oito entre dez mercados for igual a zero, o que tem de ser verdadeiro acerca dos dois mercados restantes?

Apêndice

Examinemos as condições de cálculo que descrevem as alocações eficientes no sentido de Pareto. Por definição, a alocação eficiente no sentido de Pareto torna cada agente tão bem quanto possível, dada a utilidade do outro agente. Assim, tomemos $\overline{u}$ como o nível de utilidade, digamos, do agente B e vejamos como poderemos tornar o agente A tão bem quanto possível.

O problema de maximização é

$$\max_{x_A^1, x_A^2, x_B^1, x_B^2} u_A(x_A^1, x_A^2)$$

$$\text{de modo que } u_B(x_B^1, x_B^2) = \overline{u}$$

$$x_A^1 + x_B^1 = \omega^1$$

$$x_A^2 + x_B^2 = \omega^2.$$

Aqui, $\omega^1 = \omega_A^1 + \omega_B^1$ é a quantidade total disponível do bem 1 e $\omega^2 = \omega_A^2 + \omega_B^2$ é a quantidade total disponível do bem 2. Esse problema de maximização nos pede que encontremos a alocação $(x_A^1, x_A^2, x_B^1, x_B^2)$ que torna a utilidade da pessoa A tão grande quanto possível, dado um número fixo para a utilidade de B, e dado que a quantidade total de cada um dos bens utilizados seja igual à quantidade disponível.

Podemos escrever a Lagrangiana desse problema como

$$L = u_A(x_A^1, x_A^2) - \lambda(u_B(x_B^1, x_B^2) - \overline{u})$$

$$- \mu_1(x_A^1 + x_B^1 - \omega^1) - \mu_2(x_A^2 + x_B^2 - \omega^2).$$

Aqui, λ é o multiplicador Lagrangiano na restrição de utilidade e os μ os multiplicadores de Lagrange nas restrições de recursos. Quando diferenciamos com respeito a cada um dos bens, temos quatro condições de primeira ordem que têm de valer na solução ótima:

$$\frac{\partial L}{\partial x_A^1} = \frac{\partial u_A}{\partial x_A^1} - \mu_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_A^2} = \frac{\partial u_A}{\partial x_A^2} - \mu_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_B^1} = -\lambda \frac{\partial u_B}{\partial x_B^1} - \mu_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_B^2} = -\lambda \frac{\partial u_B}{\partial x_B^2} - \mu_2 = 0.$$

Se dividirmos a primeira equação pela segunda e a terceira pela quarta, teremos

$$TMS_A = \frac{\partial u_A / \partial x_A^1}{\partial u_A / \partial x_A^2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \tag{31.5}$$

$$TMS_B = \frac{\partial u_B / \partial x_B^1}{\partial u_B / \partial x_B^2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}. \tag{31.6}$$

A interpretação dessas equações é dada no texto: numa alocação eficiente de Pareto, as taxas marginais de substituição entre dois bens têm de ser as mesmas. De outra forma, haveria alguma troca que faria cada consumidor melhorar.

Relembremos as condições que têm de ser satisfeitas para a escolha ótima dos consumidores. Se tanto o consumidor A quanto o consumidor B

maximizarem sua utilidade com base na restrição orçamentária e ambos se defrontarem com os mesmos preços para os bens 1 e 2, teremos de ter

$$\frac{\partial u_A / \partial x_A^1}{\partial u_A / \partial x_A^2} = \frac{p_1}{p_2} \tag{31.7}$$

$$\frac{\partial u_B / \partial x_B^1}{\partial u_B / \partial x_B^2} = \frac{p_1}{p_2} \tag{31.8}$$

Observe a semelhança com as condições de eficiência. Os multiplicadores de Lagrange nas condições de eficiência, μ_1 e μ_2, são justamente como os preços p_1 e p_2 nas condições de escolha do consumidor. De fato, os multiplicadores de Lagrange nesse tipo de problema são às vezes conhecidos como **preços-sombra ou preços de eficiência**.

Toda alocação eficiente de Pareto tem de satisfazer condições como as das equações (31.5) e (31.6). Todo equilíbrio competitivo tem de satisfazer condições como as das equações (31.7) e (31.8). As condições que descrevem a eficiência de Pareto e as condições que descrevem a maximização individual num ambiente de mercado são virtualmente as mesmas.

CAPÍTULO 32

A PRODUÇÃO

No capítulo anterior descrevemos o modelo de equilíbrio geral de uma economia de trocas puras e analisamos questões de alocação de recursos quando uma quantidade fixa de cada bem estava disponível. Neste capítulo queremos descrever como a produção se ajusta ao quadro de equilíbrio geral. Quando a produção for possível, as quantidades de bens não serão fixas, mas responderão aos preços de mercado.

Se você achou que o pressuposto de dois bens e duas pessoas era um modelo restritivo para examinar trocas, imagine como será com a produção! O conjunto mínimo de participantes que podemos ter para estabelecer um problema interessante é um consumidor, uma empresa e dois bens. O nome tradicional para esse modelo econômico é **economia de Robinson Crusoé**, em alusão ao herói náufrago de Defoe.

32.1 A Economia de Robinson Crusoé

Nesse tipo de economia, Robinson Crusoé tem um papel duplo: é ao mesmo tempo produtor e consumidor. Robinson pode gastar seu tempo na praia sem fazer nada, portanto, consumindo lazer, ou pode dedicar seu tempo a juntar cocos. Quanto mais cocos juntar, mais terá para comer, mas menos tempo sobrará para bronzear-se.

A Figura 32.1 representa as preferências de Robinson por lazer e cocos. Elas são exatamente como as preferências por lazer e consumo representadas no Capítulo 9, exceto pelo fato de que no eixo horizontal medimos trabalho, em vez de lazer. Até aqui, não se acrescentou nada de novo.

Tracemos agora a **função de produção**, que ilustra a relação entre quanto Robinson trabalha e quantos cocos obtém. Essa função terá normal-

mente a forma exibida na Figura 32.1. Quanto mais Robinson trabalhar, mais cocos juntará; mas, devido aos retornos decrescentes do trabalho, o produto marginal de seu trabalho diminuirá: o número de cocos extras que ele obtiver de uma hora adicional de trabalho diminuirá, enquanto as horas de trabalho aumentarão.

Quanto Robinson trabalha e quanto consome? Para responder a essas perguntas, procure a curva de indiferença mais alta que apenas toca o conjunto de produção. Isso nos fornecerá a combinação mais preferida de trabalho e consumo que Robinson pode conseguir, dada a tecnologia para juntar cocos que ele utiliza.

Nesse ponto, a inclinação da curva de indiferença tem, de acordo com o argumento básico, de se igualar à inclinação da função de produção: se elas se cruzassem, haveria outro ponto preferido. Isso significa que o produto marginal de uma hora extra de trabalho tem de se igualar à taxa marginal de substituição entre lazer e cocos. Se o produto marginal fosse maior do que a taxa marginal de substituição, valeria a pena para Robinson abrir mão de um pouco de lazer para obter cocos extras. Se o produto marginal fosse menor do que a taxa marginal de substituição, valeria a pena para Robinson trabalhar um pouco menos.

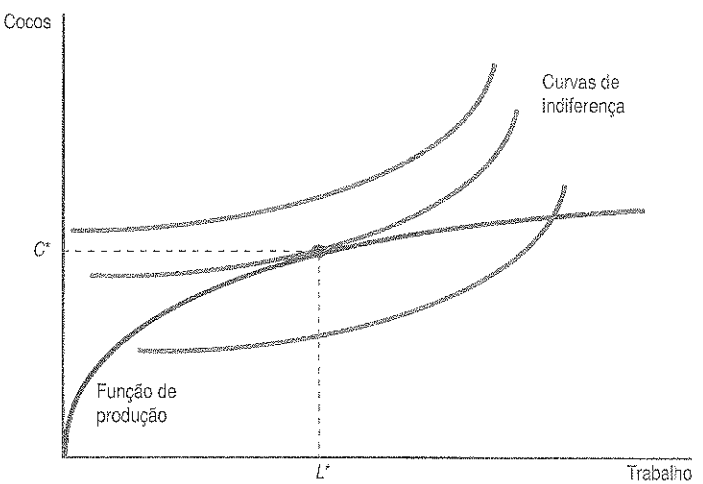

FIGURA 32.1 ***A economia de Robinson Crusoé.*** *As curvas de indiferença descrevem as preferências de Robinson por cocos e lazer. A função de produção mostra a relação tecnológica que existe entre a quantidade de trabalho que ele despende e a quantidade de cocos que produz.*

32.2 Crusoé S.A.

Até agora essa história constitui apenas uma pequena extensão dos modelos que já vimos. Mas incluamos agora um aspecto novo. Suponhamos que Robinson esteja cansado de se comportar simultaneamente como produtor e como consumidor e decida alternar os papéis. Num dia ele se comportará inteiramente como produtor e, no outro, se comportará inteiramente como consumidor. Para coordenar essas atividades, ele decide criar um mercado de trabalho e um mercado de cocos.

Ele também cria uma empresa, Crusoé S.A., e se torna o único acionista. A empresa irá observar os preços do trabalho e dos cocos e decidir quanto de trabalho empregar e quantos cocos produzir, guiada pelo princípio de maximização de lucros. Em seu papel de trabalhador, Robinson receberá uma renda por trabalhar na empresa; em seu papel de acionista, receberá lucros; e em seu papel de consumidor, escolherá quanto comprar da produção da empresa. (Não há dúvida de que isso parece meio esquisito, mas não há muito a fazer numa ilha deserta.)

Para controlar suas transações, Robinson inventa uma moeda que ele chama de "unidade monetária" e escolhe, algo arbitrariamente, fixar o preço unitário do coco em uma unidade monetária. Os cocos são, portanto, o bem numerário dessa economia; conforme vimos no Capítulo 2, um bem numerário é aquele cujo preço foi fixado em um. Como o preço dos cocos foi normalizado em um, temos apenas de determinar a taxa de salário. Qual deveria ser a taxa de salário para fazer esse mercado funcionar?

Examinemos esse problema primeiro do ponto de vista da Crusoé S.A. e depois do ponto de vista de Robinson, o consumidor. A análise é às vezes um pouco esquizofrênica, mas isso é o que você tem de aturar por ter uma economia com apenas um indivíduo. Observemos essa economia após algum tempo de funcionamento, e tudo estará em equilíbrio. No equilíbrio, a demanda de cocos igualar-se-á à oferta de cocos e a demanda de trabalho se igualará à oferta de trabalho. Tanto a Crusoé S.A. quanto Robinson, o consumidor, farão escolhas ótimas, dadas as restrições com as quais se defrontam.

32.3 A Empresa

Todas as noites, a Crusoé S.A. decidirá quanto trabalho quererá contratar no dia seguinte e quantos cocos quererá produzir. Dado um preço de cocos de 1 e uma taxa salário de w, podemos resolver o problema de maximização de lucros da empresa na Figura 32.2. Examinamos primeiro todas as combinações de trabalho e de cocos que geram um nível constante de lucros, π. Isso significa que

$$\pi = C - wL.$$

Ao resolvermos para C, teremos

$$C = \pi + wL.$$

Assim como no Capítulo 19, essa fórmula descreve as retas isolucro – todas as combinações de trabalho e cocos que geram lucros de π. A Crusoé S.A. escolherá um ponto onde os lucros são maximizados. Como sempre, isso implica uma condição de tangência: a inclinação da função de produção – o produto marginal do trabalho – tem de se igualar a w, como ilustra a Figura 32.2.

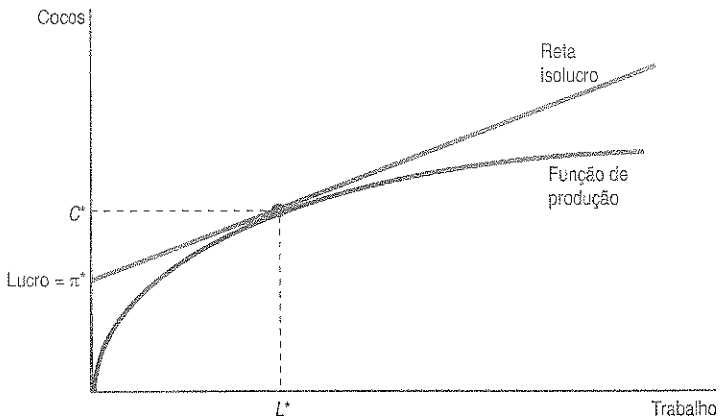

FIGURA 32.2 *A maximização do lucro. A Crusoé S.A. escolhe um plano de produção que maximiza os lucros. No ponto ótimo, a função de produção tem de tangenciar uma reta isolucro.*

Assim, o intercepto vertical da reta isolucro mede o nível de lucros máximos em unidades de coco: se Robinson gerar π^* unidades monetárias de lucro, esse dinheiro poderá comprar π^* cocos, uma vez que o preço do coco foi fixado em 1. É isso aí: a Crusoé S.A. fez seu trabalho. Dado o salário w, ela determinou quanto de trabalho quer contratar, quantos cocos quer produzir e que lucros gerará ao seguir esse plano. Portanto, a Crusoé S.A. declara um total de dividendos de π^* unidades monetárias e os remete para seu único acionista, Robinson.

32.4 O Problema de Robinson

No dia seguinte Robinson acorda e recebe seus dividendos de π^* unidades monetárias. Enquanto come o coco de seu café da manhã, ele pensa em

quanto deseja trabalhar e em quanto deseja consumir. Ele pode cogitar em apenas consumir sua dotação – gastar os lucros em π^* cocos e consumir sua dotação de lazer. Mas ao ouvir o ronco de seu estômago, não muito agradável, ele conclui que, afinal, pode fazer sentido trabalhar algumas horas. Robinson, então, "arrasta-se" até a Crusoé S.A. e começa a juntar cocos, como faz todos os dias.

Podemos descrever a escolha trabalho-consumo de Robinson com o uso da análise-padrão das curvas de indiferença. Se representarmos o trabalho no eixo horizontal e cocos no eixo vertical, poderemos desenhar a curva de indiferença como a ilustrada na Figura 32.3.

Como, por pressuposto, o trabalho é um mal e os cocos um bem, a curva de indiferença terá inclinação positiva, conforme mostra o diagrama. Se indicarmos a quantidade máxima de trabalho por $\bar{L}$, então a distância de $\bar{L}$ até a oferta de trabalho escolhida fornece a demanda de Robinson por lazer. Isso é exatamente como o modelo de oferta de trabalho examinado no Capítulo 9, com a exceção de que revertemos a origem no eixo horizontal.

A Figura 32.3 também ilustra a restrição orçamentária de Robinson. Ela tem uma inclinação de w e passa sobre o ponto de dotação $(\pi^*, 0)$. (Robinson tem uma dotação zero de trabalho e uma dotação π^* de cocos, uma vez que essa seria sua cesta se não participasse de nenhuma transação de mercado.) Dado o salário, Robinson escolhe de maneira ótima quanto deseja trabalhar e quantos cocos deseja consumir. Em seu consumo ótimo, a

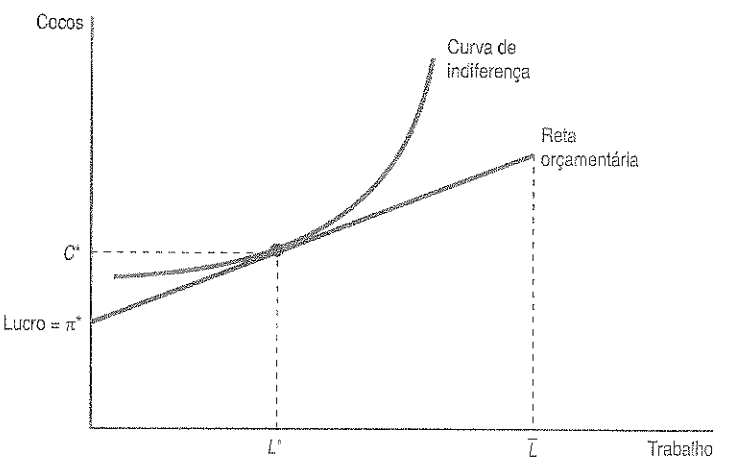

FIGURA 32.3 *O problema de maximização de Robinson. O consumidor Robinson decide o quanto trabalhar e consumir, dados os preços e salários. O ponto ótimo ocorre onde a curva de indiferença tangencia a reta orçamentária.*

taxa marginal de substituição entre consumo e lazer tem de se igualar ao salário, assim como no problema-padrão de escolha do consumidor.

32.5 Colocando os Dois Juntos

Agora superpomos as Figuras 32.2 e 32.3 para obter a Figura 32.4. Veja o que aconteceu! O comportamento bizarro de Robinson funcionou bem. Ele acabou por consumir exatamente no mesmo ponto em que estaria se tivesse tomado todas as decisões de uma só vez. A utilização do sistema de mercado gera o mesmo resultado que a escolha dos planos de produção e consumo diretamente.

Como tanto a taxa marginal de substituição entre lazer e consumo quanto o produto marginal do trabalho se igualam ao salário, temos a garantia de que a taxa marginal de substituição entre trabalho e consumo se iguala ao produto marginal – ou seja, as inclinações da curva de indiferença e do conjunto de produção são as mesmas.

No caso da economia de uma pessoa, usar o mercado é bobagem. Por que deveria Robinson preocupar-se em dividir sua decisão em duas partes? Mas numa economia com muitas pessoas, dividir as decisões não parece tão estranho. Se houver muitas empresas, será inviável perguntar a cada pessoa sobre quanto ela quer de cada bem. Numa economia de mercado, empresas têm simplesmente de observar os preços dos bens para tomar suas decisões de produção. Isso porque os preços dos bens medem o

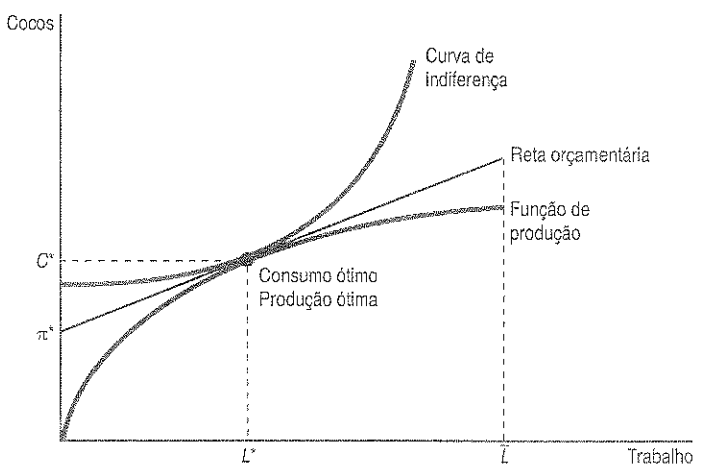

FIGURA 32.4 ***Equilíbrio no consumo e na produção.*** *A quantidade de cocos demandada pelo consumidor Robinson se iguala à quantidade de cocos ofertada pela Crusoé S.A.*

valor que os consumidores atribuem a unidades *adicionais* de consumo. E a decisão com que as empresas se defrontam é, na maioria dos casos, se elas deveriam produzir mais ou menos.

Os preços de mercado refletem os valores marginais dos bens que as empresas utilizam como insumos e produtos. Se as empresas utilizam as mudanças nos lucros – medidos a preço de mercado – como um guia para produção, suas decisões refletirão os valores marginais que os consumidores atribuem aos bens.

32.6 Tecnologias Diferentes

Na análise anterior supomos que a tecnologia disponível para Robinson exibia retornos decrescentes do trabalho. Como o trabalho era o único insumo empregado na produção, isso equivalia a retornos decrescentes de escala. (Isso não será necessariamente verdadeiro se houver mais de um insumo!)

É útil examinar outras possibilidades. Suponhamos, por exemplo, que a tecnologia apresentasse retornos constantes de escala. Lembre-se de que os retornos constantes de escala significam que, se usarmos duas vezes mais de todos os insumos, produziremos o dobro. No caso de uma função de produção de um insumo, isso significa que a função de produção tem de ser uma linha reta a partir da origem, como representado na Figura 32.5.

Como a tecnologia tem retornos constantes de escala, o argumento exposto no Capítulo 19 implica que a única posição de operação razoável para uma empresa competitiva é o lucro zero. Isso ocorre porque se os lu-

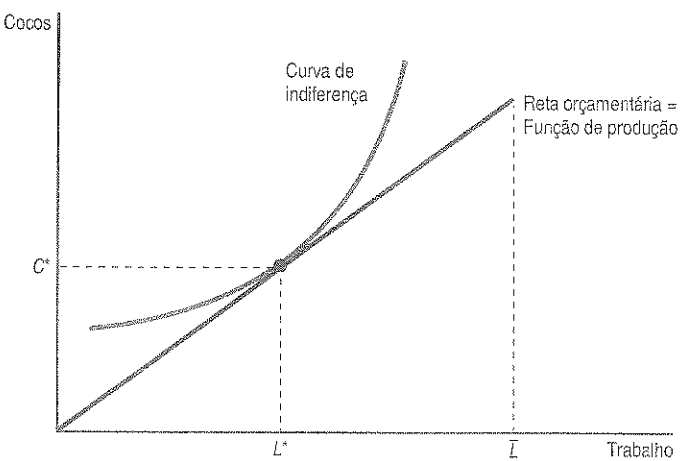

FIGURA 32.5 ***Retornos constantes de escala.*** *Se a tecnologia apresentar retornos constantes de escala, a Crusoé S.A. ganhará lucro zero.*

cros fossem maiores do que zero, valeria a pena para a empresa expandir a produção indefinidamente, e se os lucros fossem menores do que zero, valeria a pena para a empresa ter produção zero.

Portanto, a dotação de Robinson envolve lucro zero e $\bar{L}$, sua dotação inicial de tempo de trabalho. Seu conjunto orçamentário coincide com o conjunto de produção, e a história parece-se muito com a anterior.

A situação fica um pouco diferente com uma tecnologia de retornos crescentes de escala, conforme representado na Figura 32.6. Não é difícil, nesse exemplo simples, exibir a escolha ótima de consumo e lazer de Robinson. A curva de indiferença tangenciará o conjunto de produção, como sempre. O problema surge em tentar manter esse ponto como um ponto de maximização de lucro. Se a empresa se defrontasse com preços fornecidos pela taxa marginal de substituição de Robinson, ela desejaria produzir mais do que Robinson iria demandar.

Se a empresa apresentar retornos crescentes de escala na escolha ótima, os custos médios de produção irão exceder os custos marginais de produção – o que significa que a empresa terá lucros negativos. O objetivo de maximização dos lucros levaria a empresa a querer aumentar sua produção – mas isso seria incompatível tanto com as demandas por produtos quanto com as ofertas de insumos dos consumidores. No caso representado, *não* há preço ao qual a demanda maximizadora de utilidade do consumidor igualará a oferta maximizadora de lucro da empresa.

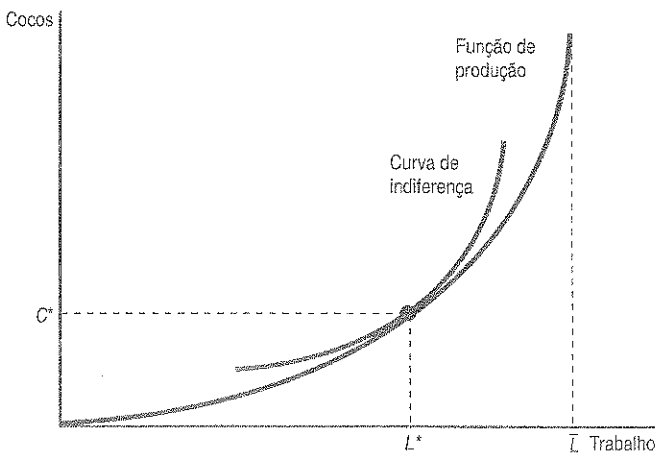

FIGURA 32.6 ***Retornos crescentes de escala.*** *O conjunto de produção apresenta retornos crescentes de escala, e a alocação eficiente de Pareto não pode ser alcançada por um mercado competitivo.*

Os retornos crescentes de escala são um exemplo de **não-convexidade**. Nesse caso, o conjunto de produção – o conjunto de cocos e trabalho factível para a economia – não é convexo. Portanto, a tangente comum à curva de indiferença e à função de produção no ponto (L^*, C^*) na Figura 32.6 não separará os pontos preferidos dos pontos factíveis, como ocorre na Figura 32.4.

Não-convexidades como essas criam graves dificuldades para o funcionamento dos mercados competitivos. Isso porque, nesses mercados, os consumidores e as empresas observam apenas um conjunto de números – os preços de mercado – para determinar suas decisões de consumo e de produção. Se a tecnologia e as preferências forem convexas, as únicas coisas que os agentes econômicos precisam conhecer para tomar decisões eficientes são as relações entre os preços e as taxas marginais de substituição próximas dos pontos onde a economia produz atualmente: os preços mostram aos agentes tudo o que é necessário para fazer uma alocação eficiente de recursos.

Mas se a tecnologia e/ou as preferências não forem convexas, os preços não proporcionarão todas as informações necessárias para escolher uma alocação eficiente. Também é preciso conhecer as inclinações da função de produção e das curvas de indiferença situadas longe da posição de operação atual.

Essas observações, porém, aplicam-se apenas quando os retornos de escala são grandes com relação ao tamanho do mercado. Pequenas regiões de retornos crescentes de escala não causam dificuldades excessivas para um mercado competitivo.

32.7 A Produção e o Primeiro Teorema de Bem-Estar

Lembre-se de que no caso da economia de trocas puras, o equilíbrio competitivo é eficiente no sentido de Pareto. Esse fato é conhecido como o Primeiro Teorema da Teoria Econômica de Bem-Estar. Será que o mesmo resultado se aplica em uma economia com produção? A abordagem diagramática utilizada acima não é adequada para responder a essa questão, mas a generalização do argumento algébrico que fornecemos no Capítulo 31 pode fazê-lo muito bem. A resposta, pois, é sim: se todas as empresas agirem como maximizadoras de lucro competitivas, o equilíbrio competitivo será eficiente no sentido de Pareto.

Esse resultado enfrenta as objeções costumeiras. Primeiro, não tem nada a ver com a distribuição. A maximização de lucros só assegura eficiência, não justiça! Segundo, esse resultado apenas faz sentido quando há realmente um equilíbrio competitivo. Em particular, isso excluirá grandes áreas de retornos crescentes de escala. Terceiro, o teorema pressupõe, de maneira implícita, que as escolhas de qualquer empresa não afetam as possibilidades de produção das outras. Isto é, exclui-se a possibilidade da pro-

dução de externalidades. Do mesmo modo, o teorema exige que as decisões de produção não afetem diretamente as possibilidades de consumo dos consumidores; isto é, não há **externalidades de consumo**. Definições mais precisas de externalidades serão dadas no Capítulo 34, onde examinaremos mais detalhadamente seus efeitos em alocações eficientes.

32.8 A Produção e o Segundo Teorema de Bem-Estar

No caso da economia de trocas puras, toda alocação eficiente no sentido de Pareto constitui um possível equilíbrio competitivo, desde que os consumidores apresentem preferências convexas. Já no caso da economia que envolva produção, o mesmo resultado é verdadeiro, mas agora exigimos não só que as preferências dos consumidores sejam convexas, mas que os conjuntos de produção das empresas sejam também convexos. Conforme discutimos acima, essa exigência efetivamente exclui a possibilidade de retornos crescentes de escala: se as empresas tiverem retornos crescentes de escala ao nível de equilíbrio da produção, elas desejarão produzir mais a preços competitivos.

Entretanto, com retornos de escala constantes ou decrescentes, o Segundo Teorema de Bem-Estar funciona bem. Qualquer alocação eficiente no sentido de Pareto pode ser obtida com a utilização de mercados competitivos. É claro que, em geral, será necessário redistribuir as dotações entre os consumidores para permitir diversas alocações eficientes no sentido de Pareto. Em particular, tanto a renda das dotações de trabalho quanto a da participação acionária na empresa terão de ser redistribuídas. Conforme indicado no capítulo anterior, esse tipo de redistribuição pode envolver dificuldades práticas significativas.

32.9 Possibilidades de Produção

Acabamos de ver como podem ser tomadas decisões de consumo e produção numa economia de um insumo e um produto. Nesta seção estudaremos como esse modelo pode ser generalizado para uma economia com vários insumos e produtos. Embora iremos lidar apenas com o caso de dois bens, os conceitos serão naturalmente generalizados para vários bens.

Suponhamos, portanto, que Robinson possa produzir outro bem – digamos, peixe. Ele pode dedicar seu tempo a juntar cocos ou pescar. Na Figura 32.7 representamos as várias combinações de cocos e peixe que Robinson pode produzir ao dedicar diferentes quantidades de tempo a cada atividade. Esse conjunto é conhecido como **conjunto de possibilidades de produção**. A fronteira do conjunto de possibilidades de produção é chamada **fronteira de possibilidades de produção**. Isso deve ser contrastado com a função de produção discutida anteriormente e que representa a relação entre o insumo e o produto; o conjunto de possibilidades de produção representa apenas o conjunto factível de *produtos*. (Em tratamentos mais avançados, tanto insumos quanto produtos podem ser considerados parte do conjunto de possibilidades de produção, mas esses tratamentos não podem ser facilmente manipuláveis com diagramas bidimensionais.)

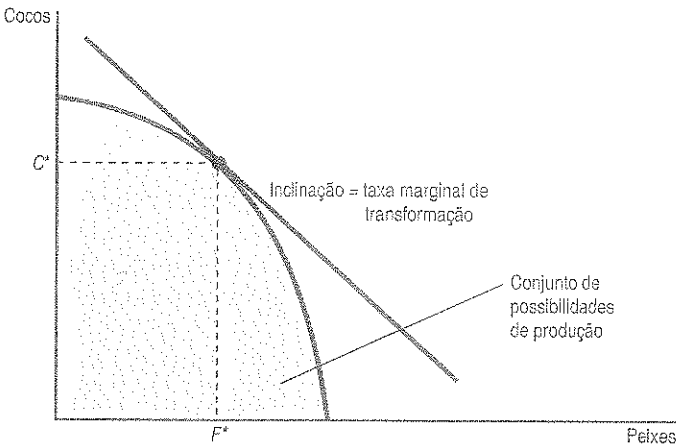

FIGURA 32.7 *Um conjunto de possibilidades de produção. Esse conjunto mede a viabilidade de produção com o emprego de determinadas funções de produção e tecnologia.*

A forma do conjunto de possibilidades de produção dependerá da natureza das tecnologias empregadas. Se as tecnologias para produzir cocos e peixes apresentarem retornos de escala constantes, o conjunto de possibilidades de produção assumirá uma forma especialmente simples. Como, por pressuposto, a produção só tem um insumo – o trabalho de Robinson –, as funções de produção para peixes e cocos serão apenas funções *lineares* de trabalho.

Suponhamos, por exemplo, que Robinson possa produzir por hora 4,5 quilos de peixe ou 9 quilos de cocos. Então, se ele dedicar L_f horas à produção de coco, e L_c horas à produção de peixe, produzirá 4,5 L_f quilos de peixe e 9 L_c quilos de cocos. Suponhamos que Robinson decida trabalhar 10 horas por dia. Então o conjunto de possibilidades de produção consistirá em todas as combinações de cocos, C, e peixe, F, de modo que

$$F = 4{,}5\, L_f$$

$$C = 9\, L_c$$

$$L_c + L_f = 10.$$

As duas primeiras equações medem as relações de produção e a terceira mede a restrição de recursos. Para determinar a fronteira de possibilidades de produção, resolvamos as duas primeiras equações para L_f e L_c para obter:

$$L_f = \frac{F}{4{,}5}$$

$$L_c = \frac{C}{9}.$$

Somemos agora essas duas equações e utilizemos o fato de que $L_f + L_c = 10$ para encontrar:

$$\frac{F}{4{,}5} + \frac{C}{9} = 10.$$

Essa equação nos fornece todas as combinações possíveis de peixe e cocos que Robinson pode produzir se trabalhar 10 horas por dia. Isso está representado na Figura 32.8A.

A inclinação desse conjunto de possibilidades de produção mede a **taxa marginal de transformação** – quanto de um bem Robinson pode obter se decidir sacrificar um pouco do outro bem. Se Robinson abrir mão de trabalho suficiente para produzir um quilo a menos de peixe, ele será capaz

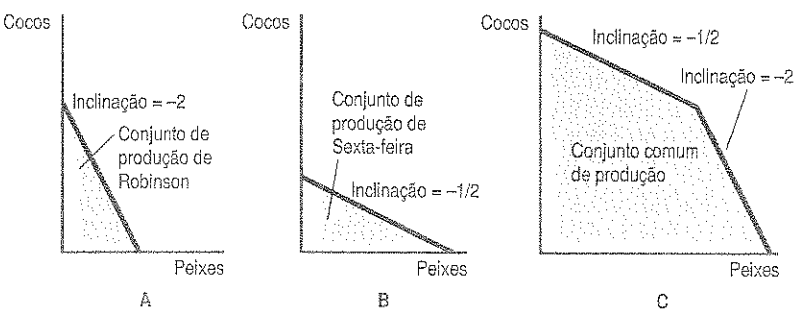

FIGURA 32.8 *Possibilidades conjuntas de produção. Os conjuntos de possibilidades de produção de Robinson e de Sexta-feira e o conjunto comum de possibilidades de produção.*

de obter dois quilos a mais de cocos. Pense nisso: se Robinson trabalhar uma hora a menos na produção de peixe, ele obterá 4,5 quilos a menos de peixe. Mas se ele dedicar esse tempo aos cocos, obterá mais 9 quilos de coco. A alternância é numa razão de 2 para 1.

32.10 Vantagem Comparativa

A construção do conjunto de possibilidades de produção dado acima foi bastante simples porque havia apenas um modo de produzir peixe e um modo de produzir cocos. Mas, e se houvesse mais de uma forma de produzir cada bem? Suponhamos que acrescentamos a nossa economia da ilha outro trabalhador, com habilidades diferentes para produzir cocos e peixe.

Chamemos o novo trabalhador de Sexta-feira, e suponhamos que ele possa produzir 9 quilos de peixe ou 4,5 quilos de cocos por hora. Portanto, se Sexta-feira trabalhar dez horas, seu conjunto de possibilidades de produção será determinado por:

$$F = 9\,L_c$$

$$C = 4{,}5\,L_c$$

$$L_c + L_f = 10.$$

Se efetuarmos os mesmos cálculos que fizemos para Robinson, o conjunto de possibilidades de produção de Sexta-feira será dado por

$$\frac{F}{9} + \frac{C}{4{,}5} = 10.$$

Isso está representado na Figura 32.8B. Observe que a taxa marginal de transformação entre cocos e peixe para Sexta-feira é de $\Delta C/\Delta F = -1/2$, enquanto a taxa marginal de transformação para Robinson é de –2. Para cada quilo de coco de que abra mão, Sexta-feira pode obter dois quilos de peixe; para cada quilo de peixe de que Robinson abra mão, pode obter dois quilos de cocos. Nessa circunstância dizemos que Sexta-feira tem uma **vantagem comparativa** na produção de peixe, e Robinson tem uma vantagem comparativa na produção de coco. Na Figura 32.8 representamos três conjuntos de possibilidades de produção: o Painel A mostra o de Robinson, o Painel B mostra o de Sexta-feira, e o Painel C representa o conjunto de possibilidades de produção conjunta – quanto de cada bem poderia ser produzido no total por ambos os indivíduos.

O conjunto de possibilidades de produção conjunta combina o melhor de ambos os trabalhadores. Se ambos os trabalhadores forem utilizados inteiramente para produzir cocos, obteremos 135 quilos de cocos – 45 quilos de Sexta-feira e 90 quilos de Robinson. Se quisermos obter mais peixe, faz sentido deslocar a pessoa que é mais produtiva em peixe – Sexta-feira – da produção de cocos para a produção de peixe. Para cada quilo de coco que Sexta-feira deixa de produzir, obtemos 2 quilos de peixe; portanto, a inclinação do conjunto de possibilidades de produção de ambos é de –1/2 – que é exatamente a taxa marginal de transformação de Sexta-feira.

Quando Sexta-feira produz 90 quilos de peixe, está plenamente ocupado. Se quisermos ainda mais peixe, temos de utilizar Robinson. Desse ponto em diante o conjunto de possibilidades de produção terá uma inclinação de –2, uma vez que estaremos operando sobre o conjunto de possibilidades de produção de Robinson. Finalmente, se desejarmos produzir tanto peixe quanto possível, Robinson e Sexta-feira se concentrarão na produção de peixe e obteremos 135 quilos de peixe, 90 de Sexta-feira e 45 de Robinson.

Como os trabalhadores têm vantagem comparativa em bens diferentes, o conjunto de possibilidades de produção conjunta terá uma "quebra", como mostra a Figura 32.8. Há apenas uma quebra nesse exemplo, já que só existem duas formas diferentes de produzir – a de Crusoé e a de Sexta-feira. Se houvesse várias outras formas, o conjunto de possibilidades de produção teria uma estrutura característica mais "arredondada", conforme representado na Figura 32.7.

32.11 A Eficiência de Pareto

Nas duas últimas seções vimos como construir o conjunto de possibilidades de produção, que descreve as cestas de consumo factíveis para a economia como um todo. Aqui, examinaremos formas eficientes no sentido de Pareto de escolher entre cestas de consumo factíveis.

Indicaremos as cestas de consumo agregadas por (X^1, X^2). Isso indica que há X^1 unidades do bem 1 e X^2 unidades do bem 2 disponíveis para consumo. Na economia Crusoé/Sexta-feira os dois bens são cocos e peixes, mas utilizaremos a notação (X^1, X^2) para enfatizar as semelhanças com a análise do Capítulo 31. Uma vez que saibamos a quantidade total de cada bem, poderemos desenhar uma caixa de Edgeworth como na Figura 32.9.

Dado (X^1, X^2), o conjunto de cestas de consumo eficiente no sentido de Pareto será do mesmo tipo dos examinados no capítulo anterior: os níveis de consumo eficientes no sentido de Pareto localizar-se-ão ao longo do conjunto de Pareto – a linha de tangências mútuas das curvas de indiferença, como ilustrado na Figura 32.9. São essas as alocações nas quais a taxa marginal de substituição de cada consumidor – a taxa à qual ele estará exatamente propenso a trocar – iguala-se à do outro.

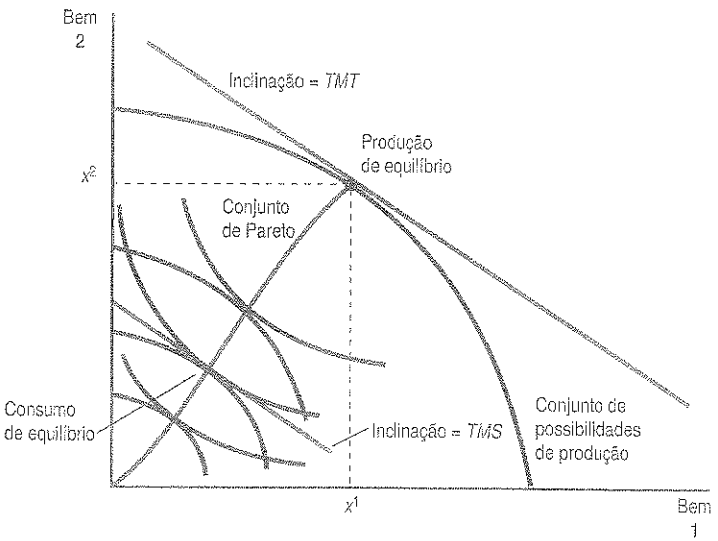

FIGURA 32.9 ***A produção e a caixa de Edgeworth.*** *Podemos traçar uma caixa de Edgeworth em cada ponto da fronteira de possibilidades de produção para ilustrar as alocações de consumo possíveis.*

Essas alocações são eficiente no sentido de Pareto no que diz respeito às decisões de consumo. Se as pessoas podem apenas trocar um bem por outro, o conjunto de Pareto descreve o conjunto de cestas que exaurem os ganhos de troca. Mas numa economia com produção, há outra forma de "trocar" um bem por outro – produzir mais de um bem e menos do outro.

O conjunto de Pareto descreve o conjunto de cestas eficientes no sentido de Pareto *dadas* as quantidades disponíveis dos bens 1 e 2, mas numa economia com produção essas quantidades podem ser escolhidas no conjunto de possibilidades de produção. Que escolhas do conjunto de possibilidades de produção serão eficientes no sentido de Pareto?

Pensemos na lógica em que se baseia a condição da taxa marginal de substituição. Dissemos que numa alocação eficiente no sentido de Pareto, a TMS do consumidor A tinha de ser igual à TMS do consumidor B: a taxa à qual o consumidor A estivesse disposto a trocar um bem pelo outro deveria ser igual à taxa que o consumidor B estivesse disposto a trocar um bem pelo outro. Se isso não fosse verdade, então haveria alguma troca que melhorasse a situação de ambos os consumidores.

Lembre-se de que a taxa marginal de transformação (TMT) mede a taxa à qual um bem pode ser "transformado" em outro. É claro que um bem não é literalmente *transformado* em outro. Os fatores de produção é que são movimentados de modo a que se produza menos de um bem e mais do outro.

Suponhamos que a economia operasse numa posição em que a taxa marginal de substituição de um dos consumidores não fosse igual à taxa marginal de transformação entre dois bens. Uma posição dessas não pode ser eficiente no sentido de Pareto. Por quê? Porque nesse ponto a taxa à qual o consumidor está disposto a trocar o bem 1 pelo bem 2 é diferente da taxa à qual o bem 1 pode ser transformado no bem 2 – há um meio de fazer com que o consumidor melhore pelo rearranjo do padrão de produção.

Suponhamos, por exemplo, que a TMS do consumidor seja 1; o consumidor está disposto a substituir o bem 1 pelo bem 2 numa base de um para um. Suponhamos, ainda, que a TMT seja 2, o que significa que abrir mão de uma unidade do bem 1 permite à sociedade produzir duas unidades do bem 2. Assim, faz sentido reduzir a produção do bem 1 em uma unidade; isso irá gerar duas unidades extras do bem 2. Como o consumidor era exatamente indiferente entre abrir mão de uma unidade do bem 1 e, em troca, obter uma unidade do outro bem, ele certamente melhorará ao obter *duas* unidades adicionais do bem 2.

O mesmo argumento poderá ser evocado sempre que um dos consumidores tiver uma TMS diferente da TMT – sempre haverá um rearranjo de consumo e de produção que fará com que esse consumidor melhore. Já vimos que para alcançar a eficiência de Pareto a TMS de cada consumidor deverá ser a mesma, e o argumento dado acima implica que a TMS de cada consumidor deveria de fato ser igual à TMT.

A Figura 32.9 ilustra uma alocação eficiente no sentido de Pareto. As TMS de cada consumidor são as mesmas, uma vez que as curvas de indiferença são tangentes na caixa de Edgeworth. E a TMS de cada consumidor é igual à TMT – a inclinação do conjunto de possibilidades de produção.

32.12 Náufragos S.A.

Na seção anterior derivamos as condições necessárias para a eficiência de Pareto: a TMS de cada consumidor tem de ser igual à TMT. Qualquer forma de distribuição de recursos que resulte em eficiência de Pareto tem de satisfazer essa condição. Anteriormente, nesse capítulo, afirmamos que uma economia competitiva com empresas maximizadoras de lucro e consumidores maximizadores de utilidade resultaria numa alocação eficiente no sentido de Pareto. Nesta seção examinaremos os detalhes de como isso funciona.

Nossa economia contém agora dois indivíduos, Robinson e Sexta-feira. Há quatro bens: dois fatores de produção (o trabalho de Robinson e o trabalho de Sexta-feira) e dois produtos (coco e peixe). Suponhamos que tanto Robinson quanto Sexta-feira sejam acionistas da empresa, à qual chamaremos a partir de agora de Náufragos S.A. É claro que eles também são os únicos empregados e os únicos clientes, mas, como sempre, devemos examinar cada papel de uma vez e não permitir que os participantes vejam o quadro maior. Afinal, o objeto da análise é entender como funciona um sistema de alocação de recursos *descentralizada* – no qual cada pessoa tem de determinar apenas suas decisões, sem se importar com o funcionamento da economia como um todo.

Comecemos com a Náufragos S.A. e examinemos o problema da maximização de lucro. A Náufragos S.A. produz dois produtos, coco (C) e peixe (F), e utiliza dois tipos de trabalho, o de Robinson (L_C) e o de Sexta-feira (L_F). Dados os preços do coco (p_c) e do peixe (p_F) e as taxas de salários de Crusoé e de Sexta-feira (w_C e w_F), o problema da maximização de lucro será

$$\max_{C,F,L_F,L_C} p_C C + p_F F - w_C L_C - w_F L_F ,$$

sujeito às restrições tecnológicas descritas pelo conjunto de possibilidades de produção.

Suponhamos que a empresa encontre seu ótimo em equilíbrio: contratar L_F^* unidades do trabalho de Sexta-feira e L_C^* unidades do trabalho de Robinson. A questão que desejamos focalizar aqui é como a maximização de lucros determina o padrão de produção a ser alcançado. Deixemos que $L^* = w_c L_C^* + w_F L_F^*$ represente os custos de trabalho da produção, e escrevamos os lucros da empresa, π, como

$$\pi = p_C C + p_F F - L^* .$$

Rearranjando a equação temos

$$C = \frac{\pi + L^*}{p_C} - \frac{p_F F}{p_C} .$$

Essa equação descreve as **retas isolucro** da empresa, conforme representado na Figura 32.10, com uma declividade de $-p_F/p_C$ e um intercepto vertical de $(\pi+L^*)/p_C$. Dado que L^* é fixo por hipótese, maiores lucros estarão associados a linhas de isolucro com interceptos verticais mais elevados.

Se a empresa quiser maximizar seus lucros, ela escolherá um ponto no conjunto de possibilidades de produção em que a reta isolucro que passa sobre ele tenha o intercepto vertical mais alto possível. Nesse estágio, já deve estar claro que isso implica que a reta isolucro tem de ser tangente ao conjunto de possibilidades de produção, ou seja, que a inclinação do conjunto de possibilidades de produção (a TMT) deva ser igual à inclinação da reta isolucro, $-p_F/p_C$.

$$TMgT = -\frac{p_F}{p_C}$$

Descrevemos esse problema de maximização de lucro no caso de uma empresa, mas ele vale para um número arbitrário de empresas: toda empresa que escolher a maneira mais lucrativa de produzir coco e peixe operará onde a taxa marginal de transformação de quaisquer dos dois bens que produz seja igual à razão de preços desses dois bens. Isso é verdadeiro mesmo que as empresas possuam conjuntos de possibilidades de produção bem diferentes, desde que se defrontem com os mesmos preços para os dois bens.

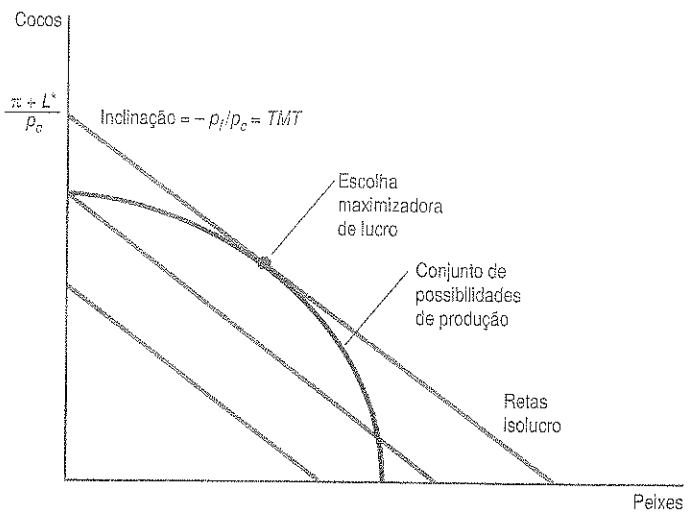

FIGURA 32.10 *Maximização do lucro. No ponto que proporciona o máximo de lucros, a taxa marginal de transformação tem de igualar a inclinação da reta isolucro, $-p_F/p_C$.*

Isso significa que, no equilíbrio, os preços dos dois bens irão medir a taxa marginal de transformação – o custo de oportunidade de um bem em termos do outro. Se você deseja mais cocos, terá de abrir mão de um pouco de peixe. De quanto peixe? Basta olhar para a razão de preços entre o peixe e o coco: a razão entre essas variáveis econômicas nos diz qual terá de ser o *tradeoff* tecnológico.

32.13 Robinson e Sexta-feira como Consumidores

Vimos como a Náufragos S.A. determina seu plano de produção maximizador de lucro. Para fazer isso, ela tem de empregar algum trabalho e pode gerar algum lucro. Quando emprega trabalho, paga salários aos trabalhadores; quando obtém lucros, paga dividendos aos acionistas. De qualquer das duas formas, o dinheiro obtido pela Náufragos S.A. é pago de volta para Robinson e Sexta-feira sob a forma de salários ou de lucros.

Como a empresa paga todas as suas receitas para os empregados e acionistas, isso significa que eles necessariamente têm renda suficiente para comprar o seu produto. Isto é apenas uma variação da lei de Walras analisada no Capítulo 31: as pessoas obtêm sua renda ao vender suas dotações, de modo que têm de dispor sempre de renda suficiente para comprar essas dotações. Aqui as pessoas obtêm renda por vender suas dotações e também por receber lucros da empresa. Mas como dinheiro nunca desaparece nem é acrescentado ao sistema, as pessoas sempre têm dinheiro suficiente para comprar o que é produzido.

O que os consumidores fazem com o dinheiro da empresa? Como de costume, eles usam o dinheiro para comprar bens de consumo. Cada pessoa escolhe a melhor cesta de bens que pode pagar aos preços p_F e p_C. Como vimos antes, a cesta de consumo ótima de cada consumidor tem de satisfazer a condição de que a taxa marginal de substituição entre os dois bens seja igual à razão de preços comum. Mas essa razão de preços também é igual à taxa marginal de transformação, devido ao comportamento maximizador de lucros da empresa. Assim, as condições necessárias para eficiência de Pareto são atendidas: a TMS de cada consumidor se iguala à TMT.

Nessa economia, os preços dos bens servem como um sinal de escassez relativa. Eles indicam a escassez tecnológica – quanto da produção de um bem tem de ser reduzido para que se produza mais do outro; e indicam a escassez de consumo – quanto as pessoas estão dispostas a reduzir o consumo de um bem para adquirir mais do outro.

32.14 Alocação de Recursos Descentralizada

A economia Crusoé/Sexta-feira é um quadro drasticamente simplificado. Para iniciar-se num modelo mais amplo de funcionamento da economia, a pessoa tem de utilizar recursos de matemática bem mais complexos. No entanto, mesmo esse modelo simplificado contém alguns *insights* úteis.

O mais importante deles é a relação entre os objetivos *privados* individuais da maximização de utilidade e os objetivos *sociais* de utilização eficiente de recursos. Sob certas condições, a perseguição de objetivos privados individuais resultará numa alocação eficiente no sentido de Pareto no geral. Além disso, qualquer alocação eficiente no sentido de Pareto pode ser obtida como resultado de um mercado competitivo se as dotações iniciais – incluindo a propriedade das empresas – puderem ser apropriadamente redistribuídas.

A grande virtude do mercado competitivo é que todo indivíduo e toda empresa têm de preocupar-se apenas com seu próprio problema de maxi-

mização. Os únicos fatos que têm de ser comunicados entre as empresas e os consumidores são os preços dos bens. Dados os sinais de escassez relativa, os consumidores e as empresas têm informação suficiente para tomar decisões que proporcionem uma alocação eficiente de recursos. Nesse sentido, os problemas sociais envolvidos na utilização eficiente dos recursos podem ser descentralizados e resolvidos ao nível individual.

Cada pessoa pode resolver seu próprio problema do que consumir. As empresas se defrontam com os preços dos bens que os consumidores consomem e decidem quanto produzir de cada um desses bens. Ao tomar essa decisão, elas são guiadas pelos sinais de lucro. Nesse contexto, os lucros servem exatamente como o guia correto. Dizer que o plano de produção é lucrativo é dizer que as pessoas estão propensas a pagar mais por algum bem do que custa produzi-lo – portanto, é natural expandir a produção desse bem. Se todas as empresas perseguirem uma política competitiva de maximização de lucros e todos os consumidores escolherem cestas de consumo para maximizar sua própria utilidade, o equilíbrio competitivo resultante terá de ser uma alocação eficiente no sentido de Pareto

Resumo

1. O modelo de equilíbrio geral pode ser estendido ao se permitir que as empresas competitivas e maximizadoras de lucro produzam bens destinados à troca na economia.

2. Sob certas condições, há um conjunto de preços para todos os insumos e produtos da economia, de modo que as ações maximizadoras de lucros das empresas, juntamente com o comportamento maximizador de utilidade das pessoas, resultam na igualdade entre a demanda e a oferta de todos os bens em todos os mercados – ou seja, há um equilíbrio competitivo.

3. Sob certas condições, o equilíbrio competitivo resultante será eficiente no sentido de Pareto: o Primeiro Teorema de Bem-Estar é válido numa economia com produção.

4. Com a adição de conjuntos de produção convexos, o Segundo Teorema de Bem-Estar também é válido no caso de produção.

5. Quando os bens são produzidos de maneira tão eficiente quanto possível, a taxa marginal de transformação entre dois bens indica o número de unidades de um bem de que a economia tem de abrir mão para obter unidades adicionais do outro bem.

6. A eficiência de Pareto exige que a taxa marginal de substituição de todas as pessoas seja igual à taxa marginal de transformação.

7. A virtude dos mercados competitivos é que eles proporcionam um modo de alcançar uma alocação eficiente de recursos pela descentralização das decisões de produção e consumo.

Questões de Revisão

1. O preço competitivo de coco é de US$6,00 por quilo, e o do peixe é de US$3,00 por quilo. Se a sociedade abrisse mão de 1 quilo de coco, quantos quilos a mais de peixe poderiam ser produzidos?

2. O que aconteceria se a empresa representada na Figura 32.2 decidisse pagar um salário mais alto?

3. Em que sentido o equilíbrio competitivo é bom ou ruim para uma dada economia?

4. Se a taxa marginal de substituição de Robinson entre peixes e cocos é de –2 e a taxa marginal de transformação entre eles é de –1, o que ele deve fazer se quiser aumentar sua utilidade?

5. Suponhamos que tanto Robinson quanto Sexta-feira queiram 60 quilos de peixe e 60 quilos de coco por dia. Com as taxas de produção dadas neste capítulo, quantas horas por dia terão de trabalhar Robinson e Sexta-feira se não se ajudarem? Suponhamos que decidam trabalhar juntos da maneira mais eficiente possível. Agora, quantas horas por dia eles têm de trabalhar? Qual é a explicação econômica para a redução das horas?

Apêndice

Derivemos as condições de cálculo da eficiência de Pareto numa economia com produção. Sejam X^1 e X^2 as quantidades totais dos bens 1 e 2 produzidas e consumidas, como vimos neste capítulo:

$$X^1 = x_A^1 + x_B^1$$

$$X^2 = x_A^2 + x_B^2.$$

A primeira coisa que precisamos é de uma forma conveniente de descrever a fronteira de possibilidades de produção – todas as combinações de X^1 e X^2 tecnologicamente factíveis. A maneira mais útil de fazer isso para nossos objetivos é utilizando a **função de transformação**. Essa é uma função das quantidades agregadas de dois bens $T(X^1, X^2)$, de modo que a

combinação (X^1, X^2) esteja na fronteira de possibilidades de produção (a fronteira do conjunto de possibilidades de produção) se e somente se

$$T(X^1, X^2) = 0.$$

Uma vez descrita a tecnologia, podemos calcular a taxa marginal de transformação: a taxa à qual temos de sacrificar o bem 2 para produzir mais do bem 1. Embora o nome evoque a imagem de um bem sendo "transformado" em outro, a coisa não é bem assim. O que realmente ocorre é que os outros recursos são deslocados da produção do bem 2 para a produção do bem 1. Portanto, ao dedicarmos menos recursos para o bem 2 e mais para o bem 1, nos movemos de um ponto da fronteira de possibilidades de produção para outro. A taxa marginal de transformação é justamente a inclinação do conjunto de possibilidades de produção, que representamos por dX^2/dX^1.

Imagine uma mudança pequena na produção (dX^1, dX^2), que permaneça factível. Teremos, pois,

$$\frac{\partial T(X^1, X^2)}{\partial X^1} dX^1 + \frac{\partial T(X^1, X^2)}{\partial X^2} dX^2 = 0.$$

Resolvamos para a taxa marginal de transformação:

$$\frac{dX^2}{dX^1} = -\frac{\partial T / \partial X^1}{\partial T / \partial X^2}.$$

Em breve, utilizaremos essa fórmula.

A alocação eficiente no sentido de Pareto é aquela que maximiza o nível de utilidade de qualquer pessoa, dado o nível de utilidade das outras pessoas. No caso das duas pessoas, podemos escrever esse problema de maximização como

$$\max_{x_A^1, x_A^2, x_B^1, x_B^2} u_A(x_A^1, x_A^2)$$

$$\text{de modo que } u_B(x_B^1, x_B^2) = \overline{u}$$

$$T(X^1, X^2) = 0.$$

A Lagrangiana desse problema é

$$L = u_A(x_A^1, x_A^2) - \lambda(u_B(x_B^1, x_B^2) - \overline{u})$$

$$- \mu(T(X_1, X_2) - 0),$$

e as condições de primeira ordem são

$$\frac{\partial L}{\partial x_A^1} = \frac{\partial u_A}{\partial x_A^1} - \mu \frac{\partial T}{\partial X^1} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_A^2} = \frac{\partial u_A}{\partial x_A^2} - \mu \frac{\partial T}{\partial X^2} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_B^1} = -\lambda \frac{\partial u_B}{\partial x_B^1} - \mu \frac{\partial T}{\partial X^1} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_B^2} = -\lambda \frac{\partial u_B}{\partial x_B^2} - \mu \frac{\partial T}{\partial X^2} = 0$$

O rearranjo e a divisão da primeira equação pela segunda resulta em

$$\frac{\partial u_A / \partial x_A^1}{\partial u_A / \partial x_A^2} = \frac{\partial T / \partial X^1}{\partial T / \partial X^2}.$$

Se efetuarmos a mesma operação na terceira e quarta equações, teremos

$$\frac{\partial u_B / \partial x_B^1}{\partial u_B / \partial x_B^2} = \frac{\partial T / \partial X^1}{\partial T / \partial X^2}.$$

No lado esquerdo dessas equações estão nossas velhas amigas, as taxas marginais de substituição. No lado direito, encontra-se a taxa marginal de transformação. Portanto, as equações exigem que a taxa marginal de substituição de cada pessoa entre os bens se iguale à taxa marginal de transformação: a taxa à qual cada pessoa está disposta a substituir um bem pelo outro tem de ser a mesma taxa à qual é tecnologicamente factível transformar um bem no outro.

A intuição por trás desse resultado é direta. Suponhamos que a TMS de uma pessoa não se iguale à TMT. Então a taxa à qual a pessoa estaria disposta a sacrificar uma unidade do bem para obter mais do outro seria diferente da taxa à qual isso seria tecnologicamente factível – mas isso significa que haveria alguma forma de aumentar a utilidade dessa pessoa sem afetar o consumo de nenhuma outra.